



117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
тел. : [095] 930-56-48
e-mail: bquantum@sovam.com (с пометкой “Квант”).

№ 6 - 2000 г.

П. Блиох

Плазма как линза времени

© “Квант”

*Использование или распространение этого материала
в коммерческих целях
возможно лишь с разрешения редакции*



Образовательный сетевой выпуск
VIVOS VOCO! - ЗОВУ ЖИВЫХ!

<http://vivovoco.nns.ru>

<http://vivovoco.rsl.ru>

<http://www.ibmh.msk.su/vivovoco>

П. БЛИОХ

ВСЕ ЗНАЮТ, ЧТО ОПТИЧЕСКАЯ линза способна фокусировать свет: падающий пучок параллельных лучей сходится в фокусе линзы, и его поперечное сечение уменьшается. Оказывается, нечто подобное может произойти и с радиоимпульсом, но его протяженность сокращается не только в про-

странстве, но и во времени: после прохождения «линзы времени» радиоимпульс становится более коротким. При этом полная энергия импульса сохраняется, а его мощность (энергия в единицу времени) возрастает — подобно тому, как увеличивается яркость светового пятна в фокусе оптической линзы.

**Плазменная частота
и коэффициент
преломления плазмы**

Известно, что радиоволны распространяются в пустоте со скоростью света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. В этом нет ничего удивительного, так как свет и радиоизлучение имеют одну и ту же

физическую природу, представляя собой электромагнитные волны с разными частотами колебаний. Величина ω является одной из фундаментальных физических постоянных, но скорость распространения электромагнитных волн равна c только в вакууме. Если же волна проходит через какую-нибудь среду, процесс распространения существенно усложняется. И вот почему.

Даже в том случае, когда среда является электрически нейтральной, в ней все равно присутствуют электрические заряды, которые входят в состав атомов и молекул. Рассмотрим, например, особое состояние вещества — *плазму*. Она представляет собой смесь свободных отрицательных и положительных зарядов. Отрицательными зарядами являются обычно электроны, оторванные от атомов каким-либо внешним ионизирующим воздействием. Положительные заряды (ионы) — это атомы, потерявшие один или несколько электронов. Могут быть и отрицательные ионы — атомы с «прилипшими» электронами, но их вклад обычно мал по сравнению с электронами.

Электромагнитная волна вызывает колебания электрических зарядов — как связанных (в атомах и молекулах), так и свободных (в плазме). Колеблющиеся заряды сами излучают вторичные электромагнитные волны, которые складываются с исходной волной. Результирующая волна распространяется в среде со скоростью, уже отличной от c . Это обстоятельство учитывают, вводя специальную характеристику среды — коэффициент преломления n , который показывает, во сколько раз уменьшается скорость распространения электромагнитных волн в среде по сравнению с вакуумом:

$$v_\phi = \frac{c}{n(\omega)}. \quad (1)$$

Обратите внимание на обозначения. Скорость волны в среде обозначена через v_ϕ , где индекс « ϕ » показывает, что речь идет о *фазовой скорости* (ниже мы поясним смысл этого определения). Коэффициент преломления зависит от частоты волны ω , что и подчеркивается введением аргумента: $n(\omega)$. Зависимость показателя преломления, а значит, и скорости распространения волны от частоты называют *дисперсией* среды. Пото-

скольку коэффициент преломления является безразмерной величиной, аргумент ω должен входить в $n(\omega)$ в безразмерной комбинации ω/ω_p , где ω_p — собственная частота среды, в плазме ее называют *плазменной частотой*.

Плазменное состояние вещества характерно для космического пространства. В близком к Земле окружении плазма образуется из нейтрального газа, который подвергается внешнему воздействию, способному оторвать электроны от атомов. Таким является, например, коротковолновое излучение Солнца (рентгеновские и ультрафиолетовые лучи). В результате ионизации атмосферы на высоте 50–60 км и выше возникает слой плазмы, который называют *ионосферой*. В дальнем космосе степень ионизации очень высокая, и по современным представлениям 99,9% видимого вещества представляет собой плазму. Искусственно созданная плазма широко используется в разнообразных лабораторных установках.

Хотя в состав плазмы входят свободные заряды разных знаков, среда в целом остается электрически нейтральной, точнее *квазинейтральной*. Это означает, что концентрации отрицательных и положительных зарядов равны друг другу в среднем, но могут не совпадать в небольших объемах или в течение коротких промежутков времени. Дело в том, что всегда существует хаотическое тепловое движение частиц, и в любой данный момент времени в одном месте может возникнуть избыток положительных (или отрицательных), а в другом месте — избыток отрицательных (или положительных) зарядов. Тогда, в соответствии с законом Кулона, электроны начнут притягиваться к той области пространства, где имеется избыток положительного заряда (или, что то же, дефицит электронов). Движущиеся заряды пролетят по инерции положение равновесия, и в том месте, где был дефицит электронов, возникнет их избыток. Сила электрического притяжения сменится на силу отталкивания, и электроны начнут двигаться в противоположном направлении. Потом они снова пролетят положение равновесия, остановятся и начнут возвращаться обратно. Этот колебательный процесс будет происходить с определенной частотой ω_p ,

которую мы сможем легко оценить по аналогии с колебаниями обычного маятника.

Вспомним формулу для частоты собственных колебаний математического маятника:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (2)$$

где g — ускорение силы тяжести, а l — длина маятника. В плазме кулоновская сила, действующая между двумя электронами, равна $F = ke^2/d^2$, где k — коэффициент, зависящий от выбора системы единиц, в СИ, например, $k = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ — заряд электрона, d — среднее расстояние между взаимодействующими зарядами. Если концентрация электронов (число электронов в единице объема) равна N , то $d = N^{-1/3}$. Ускорение, приобретаемое электроном под действием силы F , равно $g_p = F/m$, где $m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ — масса электрона.

Воспользуемся для определения ω_p формулой (2), подставив в нее g_p вместо g и d вместо l :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ke^2 N}{m}}. \quad (3)$$

Интересно, что это выражение полностью совпадает с тем, которое получается на основании строгих вычислений.

К сожалению, вывести формулу для коэффициента преломления простым способом не удается (для этого нам пришлось бы рассчитать, как движется электрон в поле электромагнитной волны и как он излучает вторичные волны), поэтому воспользуемся готовым результатом:

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}. \quad (4)$$

Как и следовало ожидать (об этом мы уже говорили), частота ω входит в $n(\omega)$ в безразмерной комбинации ω/ω_p с собственной частотой плазмы. Еще одно важное свойство $n(\omega)$, а именно обращение в 1 при бесконечно высокой частоте ($n(\omega) \rightarrow 1$ при $\omega/\omega_p \rightarrow \infty$), имеет простое физическое объяснение. Электрические заряды всегда связаны с материальными частицами, которые, в силу инерции, не могут колебаться с бесконечно высокой частотой. Следовательно, они не будут излучать вторичных электромагнитных волн, и исходная волна

пройдет сквозь плазму, как через пустое пространство ($v_\phi = c$ и $n(\infty) = 1$). Очевидно, что стремление $n(\omega)$ к 1 при $\omega \rightarrow \infty$ является свойством любой среды, а не только плазмы.

Две скорости распространения радиоволн в плазме

Подставив выражение (4) для коэффициента преломления в формулу (1), легко убедиться, что $v_\phi > c$, так как $n < 1$. Следовательно, волны в плазме распространяются со *сверхсветовой* скоростью! Это утверждение сначала вызывает чувство протеста – ведь согласно теории относительности Эйнштейна никакое воздействие (сигнал) не может распространяться со скоростью большей c ! Однако на самом деле противоречия здесь нет. Вычисленная скорость относится к волне, имеющей определенную частоту. Такая волна представляет собой бесконечную синусоиду, которая сама по себе не может передать никакого сигнала, так как ее форма с течением времени остается неизменной. Чтобы передать сигнал, на волне надо поставить какие-либо «метки», или, как говорят, *промодулировать* синусоидальную волну, меняя ее параметры, например амплитуду, по определенному закону. При этом волна уже не характеризуется какой-то одной частотой, а содержит *группу волн* с разными частотами. Набор частотных составляющих, или спектр модулированной волны, зависит от передаваемого сигнала: чем сложнее сигнал, тем шире его спектр.

Рассмотрим простейший случай, когда группа волн состоит всего из двух синусоид с одной и той же амплитудой E_0 , но с разными частотами ω_1 и ω_2 . Тогда

$$E = E_1 + E_2,$$

где

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \sin \omega_1 \left(t - \frac{x}{v_{\phi 1}} \right), \\ E_2 &= E_0 \sin \omega_2 \left(t - \frac{x}{v_{\phi 2}} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Мы направили ось X вдоль направления распространения волны и учли, что фазы двух синусоид имеют разное время запаздывания после прохождения одной и той же дистанции x , так как они распространяются с

разными скоростями: время запаздывания фазы первой волны на расстоянии x равно $x/v_{\phi 1}$, а второй волны $x/v_{\phi 2}$.

В физической литературе принято использовать для описания волновых процессов несколько иные обозначения, а именно вводится так называемое волновое число $k = \omega/v_\phi = \omega n/c$. В новых обозначениях формулы (5) становятся симметричными относительно переменных t и x :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \sin(\omega_1 t - k_1 x), \\ E_2 &= E_0 \sin(\omega_2 t - k_2 x), \end{aligned} \quad (6)$$

где $k_1 = \omega_1 n(\omega_1)/c$ и $k_2 = \omega_2 n(\omega_2)/c$. Обозначим среднюю частоту $(\omega_1 + \omega_2)/2$ через ω_0 , а полуразность частот $(\omega_1 - \omega_2)/2$ через $\Delta\omega$. Точно так же поступим с $k(\omega)$. Тогда

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Delta\omega, \quad k_{1,2} = k_0 \pm \Delta k. \quad (7)$$

После несложных тригонометрических преобразований получим следующее выражение для результирующей волны:

$$E = A(x, t) \sin(\omega_0 t - k_0 x), \quad (8)$$

где $A(x, t) = 2E_0 \cos(\Delta\omega t - \Delta k x)$ – амплитуда волны, которая уже не является постоянной величиной. Допустим, что волны (6) имеют близкие друг к другу частоты, т.е. $\Delta\omega \ll \omega_0$ и $\Delta k \ll k_0$. В таком случае амплитуда $A(x, t)$ меняется в пространстве и во времени очень медленно по сравнению с фазой волны.

Вопрос о скорости распространения волны может быть сформулирован двояко. Если иметь в виду скорость распространения фазы, то вопрос формулируется так: с какой скоростью должен двигаться наблюдатель вдоль оси X , чтобы он регистрировал все время *одну и ту же фазу* волны? Положив $\omega_0 t - k_0 x = \text{const}$ и вычислив производную dx/dt , находим требуемую скорость:

$$v_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega_0}{k_0} = \frac{c}{n(\omega_0)}.$$

Это та самая скорость, которую мы ввели ранее в формуле (1). Теперь смысл термина *фазовая скорость* становится понятным.

Аналогично формулируется вопрос о скорости распространения амплитуды: с какой скоростью должен

двигаться наблюдатель вдоль оси X , чтобы он фиксировал все время *одну и ту же амплитуду* результирующей волны? Положив $\Delta\omega t - \Delta k x = \text{const}$, находим новую скорость

$$v_r = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k},$$

которая называется *групповой скоростью*. Более строго она определяется как предельный переход при $\Delta\omega \rightarrow 0$ и $\Delta k \rightarrow 0$, или, что то же самое, $\omega_1 \rightarrow \omega_2 \rightarrow \omega_0$ и $k_1 \rightarrow k_2 \rightarrow k_0$. При таком предельном переходе дробь $\Delta\omega/\Delta k$ становится равной производной $d\omega/dk$, и

$$v_r = \frac{d\omega}{dk} \Big|_{\omega=\omega_0}, \quad (9)$$

или, учитывая, что $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$,

$$v_r = \frac{1}{(dk/d\omega)} = \left(\frac{n(\omega)}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Видно, что только в том случае, когда n не зависит от ω , т.е. $dn/d\omega = 0$, скорости v_ϕ и v_r совпадают. В плазме это не так. Подставив в (10) формулу (4), получим

$$v_r = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} = cn(\omega). \quad (11)$$

Поскольку $n(\omega) < 1$, то $v_r < c$, т.е. сигнал проходит сквозь плазму со скоростью меньшей c , как и должно быть согласно теории относительности. Сопоставляя формулы (1) и (11), находим простое соотношение, справедливое для радиоволн в плазме:

$$v_\phi v_r = c^2.$$

На рисунке 1 приведены графики $v_\phi(\omega)$ и $v_r(\omega)$. Формулами (1) и

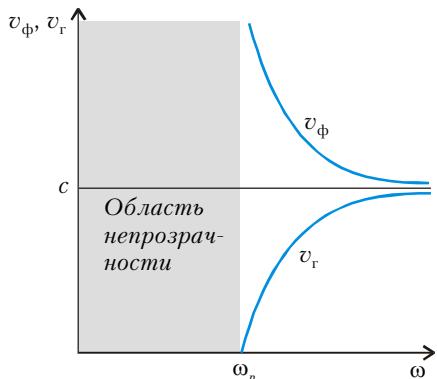


Рис.1. Зависимость фазовой v_ϕ и групповой v_r скоростей в плазме от частоты

(11) можно пользоваться только в области частот $\omega > \omega_p$. При $\omega < \omega_p$ подкоренное выражение становится отрицательным и приведенные для скоростей выражения теряют смысл. Если $\omega = \omega_p$, то $v_r = 0$ — сигнал в плазме не распространяется, электромагнитное поле оказывается как бы «привязанным» к источнику, а v_ϕ при этом становится бесконечно большой. Это означает, что все заряды в плазме колеблются под действием источника в одной и той же фазе.

Расплывание радиоимпульса в плазме

Рассмотрим распространение сигнала в виде отрезка синусоиды с частотой ω_0 и длительностью T_0 . Такой радиоимпульс имеет спектр с эффективной шириной

$$\Omega \approx \frac{2\pi}{T_0},$$

симметрично расположенный относительно частоты ω_0 в интервале частот между $\omega_1 \approx \omega_0 + \Omega/2$ и $\omega_2 \approx \omega_0 - \Omega/2$. Вообще говоря, спектр импульса очень широкий и выходит за эти пределы, но основная энергия сигнала сосредоточена в интервале частот $\omega_1 \geq \omega \geq \omega_2$.

Отдельные спектральные составляющие радиоимпульса распространяются сквозь плазму со своими групповыми скоростями, причем чем выше частота, тем больше групповая скорость, поэтому $v_{r1} > v_r > v_{r2}$. На отрезке пути длиной x групповые запаздывания крайних спектральных составляющих равны $t_{\text{зап1}} = x/v_{r1}$ и $t_{\text{зап2}} = x/v_{r2}$. Будем отсчитывать эти величины от времени запаздывания на центральной частоте ω_0 и введем разности скоростей $\Delta v_{r1} = v_{r1} - v_{r0}$ и $\Delta v_{r2} = v_{r2} - v_{r0}$ (очевидно, что $\Delta v_{r1} > 0$, $\Delta v_{r2} < 0$). Итак,

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{зап1}} &= t_{\text{зап1}} - t_{\text{зап0}} \approx x \left(\frac{1}{v_{r1}} - \frac{1}{v_{r0}} \right) = \\ &= -x \frac{\Delta v_{r1}}{v_{r0} v_{r1}} < 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{зап2}} &= t_{\text{зап2}} - t_{\text{зап0}} \approx x \left(\frac{1}{v_{r2}} - \frac{1}{v_{r0}} \right) = \\ &= -x \frac{\Delta v_{r2}}{v_{r0} v_{r2}} > 0. \end{aligned}$$

Эти формулы можно упростить, если рассматривать (как это обычно бывает) узкополосный сигнал с $\Omega \ll \omega_0$. Тогда можно записать

$$\Delta v_{r1} \approx \frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Delta\omega,$$

$$\Delta v_{r2} \approx -\frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Delta\omega.$$

Кроме того, удобно перейти от временных интервалов Δt к пространственным $\Delta\tau$, умножив $\Delta t_{\text{зап}}$ на соответствующую групповую скорость. Воспользовавшись приведенными выше формулами и указанными упрощениями, получим

$$\begin{aligned} \Delta\tau_{\text{зап1}}(x) &= -\frac{x}{v_{r0}} \frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Delta\omega, \\ \Delta\tau_{\text{зап2}}(x) &= \frac{x}{v_{r0}} \frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Delta\omega. \end{aligned} \quad (12)$$

Графики этих функций (наклонные прямые) представлены на рисунке 2. Разность между $\Delta\tau_{\text{зап1}}$ и $\Delta\tau_{\text{зап2}}$ определяет протяженность импульса $\tau(x)$ после прохождения дистанции x :

$$\tau(x) = \Delta\tau_{\text{зап2}} - \Delta\tau_{\text{зап1}} \approx \frac{2\Delta\omega x}{v_{r0}} \frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0}.$$

Учитывая, что эффективная ширина спектра радиоимпульса равна $2\Delta\omega = \Omega \approx 2\pi/T_0$, а его начальная протяженность составляет $\tau_0 = T_0 v_{r0}$, перепишем формулу для $\tau(x)$ в виде

$$\tau(x) \approx \frac{2\pi}{\tau_0} \frac{dv_r}{d\omega} \Big|_{\omega_0} x. \quad (13)$$

Отсюда следует, что длительность импульса возрастает с расстоянием, которое проходит электромагнитная волна в плазме, т.е. импульс расплывается.

Процесс расширения радиоимпульса в плазме иллюстрируется рисунком 2, который требует некоторых пояснений. Легко сообразить, что формулой

(13) можно пользоваться только на достаточно больших расстояниях, так как она не учитывает, что исходная протяженность импульса $\tau(0)$ должна равняться τ_0 , а не 0, как следует из (13). На близких к $x = 0$ расстояниях протяженность импульса почти не меняется, что и показано двумя горизонтальными параллельными линиями на рисунке. Протяженность импульса равна, как уже отмечалось, расстоянию между двумя наклонными прямыми, выходящими из начала координат. Верхняя прямая соответствует частоте ω_2 , а нижняя — ω_1 , сама же ось X соответствует центральной частоте ω_0 . Угол между наклонными прямыми равен

$$\alpha = \frac{\tau(x)}{x} = \frac{2\pi(dv_r/d\omega) \Big|_{\omega_0}}{\tau_0}, \quad (14)$$

а их пересечение с горизонтальными линиями происходит на некотором «границном» расстоянии

$$x_{\text{тр}} \approx \frac{\tau_0^2}{2\pi(dv_r/d\omega) \Big|_{\omega_0}}. \quad (15)$$

Импульс заметно расширяется в плазме только на расстояниях $x \gg x_{\text{тр}}$, хотя деформация импульса начинается постепенно уже на близких расстояниях. На рисунке 2 штриховкой отмечены результаты точно го расчета, который показывает детально, как расплывается импульс. Наши оценки описывают приближенно расширение импульса в той его части, где сосредоточена основная энергия сигнала.

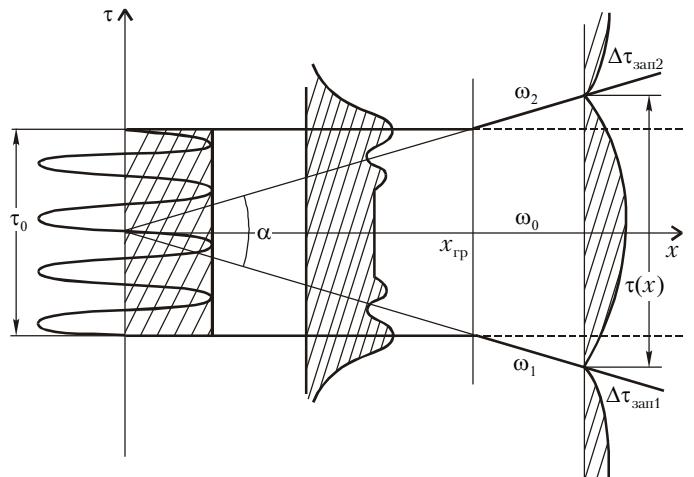


Рис.2. Расплывание импульса в плазме

Дифракция и дисперсия: возможные аналогии

Отвлечемся на некоторое время от задачи о распространении радиоимпульса в плазме и перейдем совсем к другому вопросу – *дифракции электромагнитных волн*. Мы увидим, что формулы (13) – (15) удивительным образом совпадают с соответствующими дифракционными формулами, хотя речь идет о разных физических явлениях. Взгляните на рисунок 3, где показан результат прохождения света через отверстие в непрозрачном экране. Мы не будем рассказывать подробно, как возникает дифракция, т.е. отклонение от первоначального направления распространения света. Заметим только, что на краях отверстия в точках 1 и 2 возникают краевые волны (они показаны условно в виде концентрических окружностей). В результате интерференции (взаимодействия) краевых волн друг с другом и с первичной волной возникает сложное распределение интенсивности в поперечном сечении пучка света (заштрихованные области). Точный расчет показывает, что на больших расстояниях $x \gg x_{\text{дифр}}$ первичный пучок параллельных лучей расширяется в пределах угла

$$\alpha_{\text{дифр}} = \frac{\lambda}{y_0}, \quad (16)$$

где λ – длина световой волны, y_0 – ширина отверстия в экране. Ширина пучка (расстояние между наклонными прямыми) равна

$$y(x) = \frac{x\lambda}{y_0}. \quad (17)$$

Дифракция является следствием волновой природы света, поэтому угол дифракции $\alpha_{\text{дифр}}$ пропорционален длине волны λ . На близких расстояниях $x \ll x_{\text{дифр}}$ расширение пучка происходит очень незначительно, что и отмечено начальными участками горизонтальных прямых, проведенных жирными линиями. Результаты точного расчета распределения интенсивности в поперечном направлении показаны штриховкой. Границное значение $x_{\text{дифр}}$, начиная с которого в полной мере проявляются дифракционные явления, определяется из условия пересечения горизонтальных прямых с наклонными линиями $y_{1,2}(x) = \pm x\lambda/y_0$:

$$x_{\text{дифр}} = \frac{y_0^2}{\lambda}. \quad (18)$$

Область $x \ll x_{\text{дифр}}$ называют ближней зоной, а область $x \gg x_{\text{дифр}}$ – дальней зоной.

Вернемся снова к радиоимпульсу в плазме. Даже беглого взгляда на рисунки 2 и 3 достаточно, чтобы увидеть, что расплывание импульса в плазме за счет *дисперсии* и расширение пучка света вследствие *дифракции* происходят аналогичным образом. Это подтверждается сравнением

формул (13) и (17), а также (14) и (16), (15) и (18). Видно, что величина $2\pi(dv_r/d\omega)|_{\omega_0}$ в плазменных формулах играет роль длины волны λ в дифракционных формулах, а исходная пространственная протяженность импульса τ_0 соответствует ширине отверстия y_0 . Таким образом, можно ввести «дисперсионную длину волны»:

$$\lambda_{\text{дисп}} = 2\pi(dv_r/d\omega)|_{\omega_0}.$$

Подчеркнем, что это чисто формальная аналогия: описывая деформацию радиоимпульса в плазме, можно пользоваться дифракционными формулами, если произвести в них замену

$$\lambda \rightarrow \lambda_{\text{дисп}}, \quad y_0 \rightarrow \tau_0. \quad (19)$$

Линза времени

Формулы соответствия (19) описывают пространственно-временную аналогию между процессами дифракции и дисперсии. Но дело не только в формальном сходстве. Эти соотношения наводят на мысль, что если в каком-нибудь оптическом приборе происходят пространственные преобразования пучков света, то, используя дисперсию, можно повторить те же преобразования с радиоимпульсами в плазме, но *не в пространстве*, а *во времени*. Иными словами, формулы (19) указывают на возможность создания «временных оптических приборов».

Покажем, как это делается, на

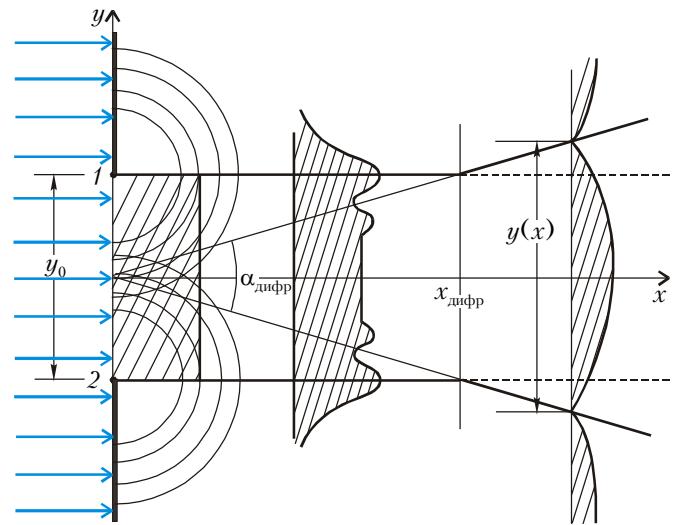


Рис.3. Дифракция света на отверстии в непрозрачном экране

примере простого оптического устройства – собирающей линзы (рис.4). Пучок параллельных лучей преломляется в линзе таким образом, что все лучи пересекаются в одной точке F – фокусе линзы. Таков ход лучей без учета дифракции света, или, как говорят, в приближении *геометрической оптики*. Однако мы уже знаем, что ограниченные размеры отверстия в экране приводят к дифракционному разбросу лучей на угол $\alpha_{\text{дифр}} = \lambda/y_0$. Поперечное сечение пучка лучей в фокусе линзы с учетом дифракции равно

$$y_{\text{фок}} = F\alpha_{\text{дифр}} = F \frac{\lambda}{y_0}. \quad (20)$$

Действие линзы (фокусировка) окажется эффективной, если $y_{\text{фок}} \ll y_0$, или

$$F \ll \frac{y_0^2}{\lambda}. \quad (21)$$

Из сравнения (21) с (18) следует, что линза хорошо работает только в ближней зоне, где $F \ll x_{\text{дифр}}$.

Не представляет труда определить, как возрастет интенсивность света в фокусе, считая, что потеря энергии в линзе не происходит. Поскольку интенсивность света равна энергии, приходящейся на единицу площади, коэффициент усиления интенсивности с учетом дифракции $Q_{\text{дифр}}$ будет равен отношению площадей поперечного сечения пучка света на входе в линзу и в ее фокальной плоскости, которые, в свою очередь, пропорциональны квадрату попереч-

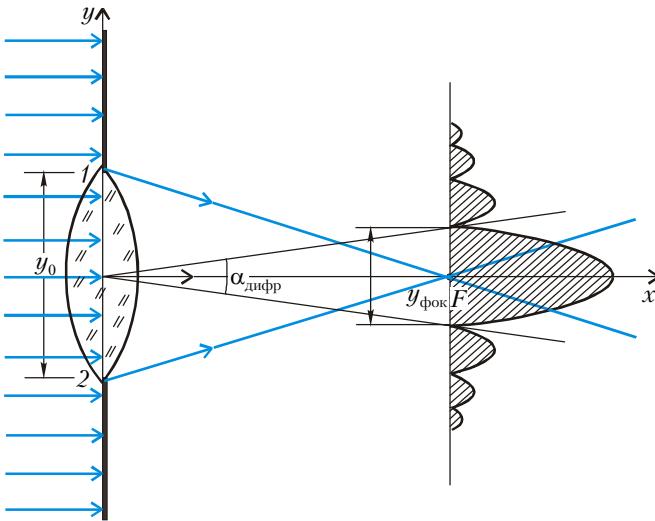


Рис. 4. Действие собирающей линзы с учетом дифракции света

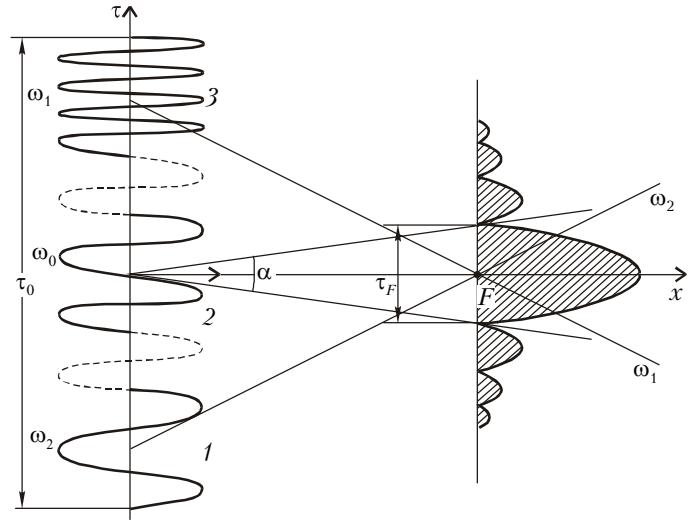


Рис. 5. Сжатие частотно-модулированного радиоимпульса в плазме («линза времени»)

ных размеров:

$$Q_{\text{дифр}} \approx \frac{y_0^2}{y_{\text{фок}}^2} \approx \frac{y_0^4}{F^2 \lambda^2}. \quad (22)$$

Чем короче фокусное расстояние, тем сильнее возрастает интенсивность. В предельном случае, когда фокусировка происходит на краю ближней зоны, $F = x_{\text{дифр}}$ и $Q_{\text{дифр}} \approx 1$ – усиления интенсивности не происходит. При $F > x_{\text{дифр}}$ пучок расширяется так сильно, что его интенсивность становится меньше исходной.

Перейдем к конструированию «линзы времени». Рассмотрим распространение нескольких радиоимпульсов разной частоты. На рисунке 5 показаны три таких импульса. Выберем частоты импульсов таким образом, чтобы сначала был выпущен самый низкочастотный импульс ($\omega = \omega_2$), который, согласно рисунку, имеет наименьшую групповую скорость. На определенном расстоянии $x = F$ второй импульс ($\omega_0 > \omega_2$) догонит первый импульс, и в той же точке третий, самый быстрый, импульс ($\omega_1 > \omega_0$) догонит первые два. Таким образом, три импульса объединятся в один, длительность которого меньше, чем общая исходная протяженность всех сигналов.

Изменение частоты при переходе от одного импульса к другому можно сделать плавным, тогда мы получим один *частотно-модулированный* импульс протяженностью τ_0 (этот переход показан на рисунке пунктиром). Мы уже знаем, что за счет дисперсии он будет расширяться на

угол $\alpha \approx \lambda_{\text{дисп}} / \tau_0$ и в точке F его протяженность будет равна $\tau_F = F \lambda_{\text{дисп}} / \tau_0$. Импульс окажется сжатым («сфокусированным»), если $\tau_F \ll \tau_0$. Для этого дистанция, проходимая в плазме, должна быть не очень велика: $F \ll \tau_0^2 / \lambda_{\text{дисп}}$ (сравните с (21)). Коэффициент сжатия радиоимпульса за счет дисперсии $q_{\text{дисп}}$ будет равен

$$q_{\text{дисп}} \approx \frac{\tau_0}{\tau_F} \approx \frac{\tau_0^2}{F \lambda_{\text{дисп}}}. \quad (23)$$

Эта формула аналогична (22), но в оптической линзе мы учитывали площади сечения пучка, которые пропорциональны *квадрату* размеров, а здесь рассматриваются *линейные* величины – протяженности импульсов. Формула (23) показывает также, как возрастает мощность сжатого импульса, поскольку вся исходная энергия теперь сосредоточена в импульсе меньшей протяженности (потерями энергии в плазме часто можно пренебречь). Эффект сжатия импульса («временная фокусировка») используется для увеличения мощности радиосигнала при передаче его через ионосферу путем специального подбора закона частотной модуляции импульса.

Дисперсия сигналов играет важную роль при наблюдении естественных импульсных излучателей – пульсаров. Пульсары – это источники космического радиоизлучения с очень высокой стабильностью периода. Импульс пульсара возникает практически одновременно в широком интервале радиоволн. Однако при прохождении через атмосферу

пульсара и межзвездную плазму низкочастотная часть излучения запаздывает относительно высокочастотной, поэтому высокочастотные импульсы приходят к наблюдателю раньше низкочастотных. По величине запаздывания импульсов судят о расстоянии до пульсара и о концентрации электронов на луче зрения от источника к наблюдателю. Таким образом исследуется распределение электронов в межзвездном газе Галактики.

В заключение сделаем еще одно замечание. Рассмотренная пространственно-временная аналогия не является специфическим свойством плазмы. В любой среде с такой же дисперсией радиоимпульс будет деформироваться по тому же самому закону. Оказывается, такие среды могут быть изготовлены достаточно просто искусственно. Например, в диапазоне сверхвысоких частот можно воспользоваться волноводом. В более низкочастотном диапазоне, где вместо волноводов используются линии передач из емкостей и индуктивностей, также можно подобрать закон дисперсии, обеспечивающий необходимую деформацию радиоимпульсов.