



117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
тел. : [095] 930-56-48
e-mail: bquantum@sovam.com (с пометкой «Квант»).

№ 5 - 1998 г.

Школа в «Кванте»

А. Стасенко

Не стреляйте в белых лебедей (9 кл.)

Хаос молекул и звезд (10 кл.)

Зачем быть конденсатору в магнитном поле? (11 кл.)

© Квант

*Использование или распространение этого материала
в коммерческих целях
возможно лишь с разрешения редакции*



Образовательный сетевой выпуск
VIVOS VOCO! - ЗОВУ ЖИВЫХ!
<http://www.techno.ru/vivovoco>

Физика 9–11

Публикуемая ниже заметка «Не стреляйте в белых лебедей» предназначена девятиклассникам, заметка «Хаос молекул и звезд» — десятиклассникам, «Зачем быть конденсатору в магнитном поле?» — одиннадцатиклассникам.

Не стреляйте в белых лебедей

А. СТАСЕНКО

ИЗВЕСТНО, что на тело, движущееся в воздухе, действует сила сопротивления $\vec{F}$. Почти очевидно, что эта сила зависит от скорости движения $\vec{v}$ и размеров тела, например площади поперечного сечения S , причем эта зависимость типа «чем больше v и S , тем больше F ». Можно еще уточнить вид этой зависимости, исходя из соображений размерностей (единиц измерения). Действительно, сила измеряется в ньютонах ($[F] = \text{Н}$), а $\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$. Видно, что секунда в квадрате входит в знаменатель. Отсюда сразу ясно, что сила должна быть пропорциональна квадрату скорости тела ($[v^2] = \text{м}^2/\text{с}^2$) и плотности ($[\rho] = \text{кг}/\text{м}^3$) — конечно, той среды, в которой движется тело. Итак,

$$F \sim \rho S v^2.$$

А чтобы подчеркнуть, что эта сила направлена против вектора скорости, можно записать так:

$$\vec{F} \sim -\rho S v \vec{v}.$$

Мы узнали уже очень много, но это еще не все. Наверняка сила сопротивления (аэродинамическая сила) зависит и от формы тела — не случайно ведь летательные аппараты делаются «хорошо обтекаемыми». Чтобы учесть и эту предполагаемую зависимость, можно в полученное выше соотношение (пропорциональность) ввести безразмерный множитель, который не нарушит равенства размерностей в обеих частях этого соотношения, но превратит его в равенство:

$$\vec{F} = -\alpha \rho S v \vec{v}.$$

Представим себе шарик, движущийся в воздухе, — например дробинку, горизонтально вылетевшую с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Если бы не было

сопротивления воздуха (в школьных задачах обычно так и говорится: «сопротивлением воздуха пренебречь»), то на расстоянии x за время $t_0 = x/v_0$ дробинка сместилась бы по вертикали вниз на

$$y_0 = \frac{gt_0^2}{2} = \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2. \quad (1)$$

Соответствующая кривая (парабола) изображена на рисунке 1 штриховой линией (заметим, что ось Y направлена вниз). Но из-за действия силы сопротивления (направленной против вектора скорости) время полета дробинки до вертикальной плоскости x будет больше t_0 . Следовательно, сила тяжести $\vec{mg}$ дольше будет действовать на дробинку, так что она опустится ниже y_0 .

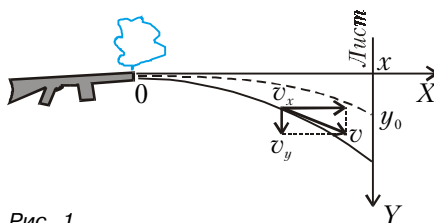


Рис. 1

И вообще, дробинка будет двигаться по другой кривой (сплошная линия на рисунке 1), уже не являющейся параболой (ее называют *баллистической траекторией*).

И тут наше успешное продвижение в познании силы сопротивления резко замедляется. Соображения размерности уже бесполезны: ведь α — безразмерный множитель. Чтобы узнать его для тела конкретной формы, нужны либо численные решения уравнений газодинамики (описывающих движение воздуха вокруг этого тела), либо экспериментальные исследования (есть наука, которая так и называется:

ся: *экспериментальная аэрогазодинамика*).

Что можно сказать об этой кривой? Если были бы известны начальная скорость дробинки v_0 и коэффициент α в силе сопротивления, то нужно было бы написать уравнение второго закона Ньютона и решить его. Это — дело математики, но кто даст математикам эти величины? Попробуем справиться сами.

Примем такой план действий:

1) Постараемся как можно подробнее (при наших скромных математических знаниях) описать движение дробинки для любых значений α и v_0 .

2) Экспериментально измерим вертикальные смещения дробинки, например, при помощи вертикального листа бумаги, помещенного на известном расстоянии x от ружья.

3) Сравнивая теорию и эксперимент, получим α и v_0 .

Итак, прежде всего запишем уравнение движения дробинки под действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы сопротивления воздуха $\vec{F}$, определенной выше:

$$m\vec{a} = m\vec{g} - \alpha \rho S v \vec{v}.$$

Разделим обе части этого уравнения на массу дробинки m . Очевидно, что тогда последнее слагаемое будет обратно пропорционально радиусу дробинки: действительно, площадь поперечного сечения шарика пропорциональна квадрату радиуса, а объем (и, значит, масса) — кубу радиуса. Если считать, что α не зависит от размеров шарика, то эту величину и плотность воздуха можно «спрятать» в новую постоянную β , так что получим

$$\vec{a} = \vec{g} - \frac{\beta}{r} v \vec{v}. \quad (2)$$

Заметим, что в отсутствие сопротивления (когда α и β равны нулю) траектории всех дробинки одинаковы и все они попадут в точку y_0 . А вот сопротивление воздуха как раз и позволяет «рассортировать» их по размерам. (Это же «сортирующее свойство» используется в сельском хозяйстве, на току, когда боковой ветер отделяет легкую шелуху от полновесных зерен.) Из уравнения (2) видно, что чем меньше дробинка, тем сильнее влияет на ее движение воздух (радиус входит в знаменатель). И наоборот, чем массивнее тело, тем с большей точностью можно пренебречь сопротивлением, так что останется только сила тяжести ($\vec{a}_0 = \vec{g}$). Только в этом предельном случае

и верен вывод из экспериментов Галилея, бросавшего пушечные ядра и мушкетные пули с башни: «скорость падающих тел одинакова, независимо от их веса». Но мы здесь как раз и хотим использовать «сортирующее свойство» силы сопротивления воздуха. Поэтому подробнее исследуем уравнение (2).

Модуль скорости связан с горизонтальной и вертикальной составляющими соотношением $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. И тут сделаем первое упрощающее предположение. Интуитивно ясно, что вначале скорость вертикального падения дробинок много меньше скорости горизонтального движения (если не очень удаляться от ружья), а уж их квадраты и подавно сильно отличаются друг от друга. Значит, можно приблизительно считать, что $v \approx v_x$.

Теперь сделаем второе упрощающее предположение. Будем считать, что сила сопротивления воздуха при вертикальном перемещении дробинок мала по сравнению с силой тяжести (в начальный момент времени она вообще равна нулю). Можно короче сформулировать это предположение так: будем считать, что дробинка перемещается в горизонтальном направлении с большой скоростью и заметно тормозится при этом (ведь сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости), а в вертикальном направлении она перемещается как свободно падающее (без сопротивления) тело по тому же закону (1):

$$y = \frac{gt^2}{2} = \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_{xcp}} \right)^2, \quad (3)$$

в который, однако, входит средняя горизонтальная скорость v_{xcp} на отрезке $0x$.

В этих предположениях уравнение (2) для горизонтального и вертикального движений примет вид

$$a_x = -\frac{\beta}{r} v_x^2, \quad a_y = g. \quad (4)$$

Решение второго уравнения уже найдено: это равноускоренное падение (3). Рассмотрим первое уравнение. Ускорение равно отношению изменения скорости Δv_x ко времени Δt , которое, в свою очередь, можно выразить через скорость v_x , а именно: $\Delta t = \Delta x / v_x$. Итак,

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = v_x \frac{\Delta v_x}{\Delta x},$$

и тогда первое уравнение можно сократить на v_x и получить

$$\Delta v_x = -\frac{\beta}{r} v_x \Delta x. \quad (5)$$

Это так называемое *релаксационное*

уравнение: изменение искомой величины (в данном случае – горизонтальной составляющей скорости) пропорционально самой величине. И решение этого уравнения известно – это *экспонента*. Но чтобы не пугать себя словами, посмотрим на рисунок 2 и заметим, что на начальном участке изменение величины v_x очень похоже на прямую

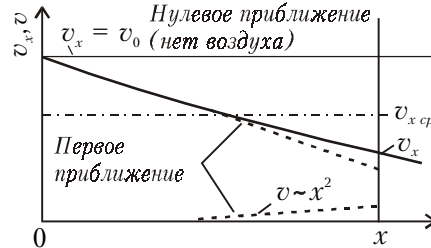


Рис. 2

(пунктир). Попробуем оценить изменение горизонтальной скорости, не решая уравнение (5) точно. Когда физики не могут (или не хотят) решать точно, они применяют *метод последовательных приближений*. Он «работает» так.

Если пренебречь сопротивлением воздуха, то решение известно: $v_x = v_0$ – горизонтальная составляющая скорости не изменяется. Подставим это так называемое нулевое приближение в уравнение (5):

$$\Delta v_x \approx -\frac{\beta}{r} v_0 \Delta x$$

и получим уравнение для первого приближения. Видно, что в этом приближении скорость линейно уменьшается со временем:

$$v_x = v_0 \left(1 - \frac{\beta}{r} x \right). \quad (6)$$

Это и есть пунктирная прямая на рисунке 2. Средняя скорость на участке $0x$ в этом приближении равна (штрих-пунктир на рисунке)

$$v_{xcp} = v_0 \left(1 - \frac{\beta}{2r} x \right).$$

Подставив это значение в (3), найдем уравнение баллистической кривой в первом приближении:

$$y = \frac{gx^2}{2v_0^2} \frac{1}{1 - \frac{\beta}{2r} x}.$$

Предположим, что из ружья вылетели две дробинок радиусами r_1 и r_2 , которые пробили вертикальный лист бумаги, расположенный на расстоянии $x = l$, в точках y_1 и y_2 . Тогда из последнего соотношения получим два уравнения с двумя неизвестными, из которых найдем и начальную скорость

вылета, и коэффициент сопротивления дробинок:

$$v_0 = l \sqrt{\frac{g}{2y_1}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1 - \sqrt{y_1/y_2}}{r_1(1/r_2 - \sqrt{y_1/y_2}/r_1)}}},$$

$$\beta = \frac{1 - \sqrt{y_1/y_2}}{\frac{l}{2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{\sqrt{y_1/y_2}}{r_1} \right)}.$$

Можно ограничиться этим приближением, а можно пойти дальше. Подставив первое приближение (6) в правую часть уравнения (5), найдем второе приближение для скорости, и так далее. Все эти приближения *сойдутся* (как говорят математики) к точному решению для баллистической кривой:

$$y = \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 \left(\frac{r}{2\beta x} e^{2\beta x/r} - \frac{1}{x} \right),$$

где первый множитель есть $y_0(x)$ (см. (1)).

И тут пора начать сомневаться. Ведь даже если эти две дробинок выталкиваются одним пыжом – все равно они могут приобрести какие-то начальные вертикальные скорости. А если взять не две дробинок, а много дробинок двух сортов (с теми же радиусами r_1 и r_2), то они в процессе движения могут сталкиваться друг с другом или взаимодействовать через те возмущения, которые они производят в воздухе. И сами дробинок могут быть не строго шаровыми, что приведет к появлению «подъемной» силы (вверх или вниз) или боковых сил, или к вращению дробинок, или... И тогда мы получим на листе бумаги разброс точек, качественно показанный на рисунке 3, в

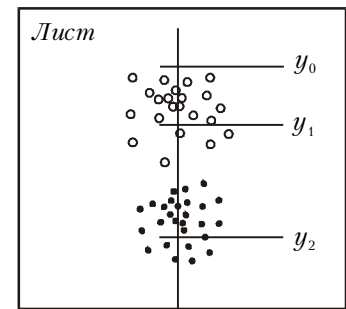


Рис. 3

котором y_1 и y_2 – это «центры тяжести» точек попадания частиц двух сортов. И, значит, траектория дробинок приобретет вероятностный смысл, а в обработке эксперимента придется использовать теорию ошибок. И тогда...

Но это уже предмет будущих исследований наших читателей.

Хаос молекул и звезд

А. СТАСЕНКО

ДАЛЕКО-ДАЛЕКО в глубинах Вселенной живет большое звездное облако, состоящее из одинаковых звезд типа нашего Солнца, которые летят равновероятно во всех направлениях с одинаковыми средними скоростями. И средние расстояния между ними тоже одинаковы. Физик сказал бы, что это похоже на однородный изотропный газ. А газ, как сказал бы древний грек, это же просто хаос ($\chi\alpha\omicron\varsigma$).

Однако звезды, согласно закону всемирного тяготения, взаимодействуют друг с другом. Пролетая одна вблизи другой, они не могут двигаться по прямой, их траектории искривляются, так что издали кажется, что два упругих шарика столкнулись друг с другом и разлетелись под углом χ с прежней относительной скоростью (рис.1). Но

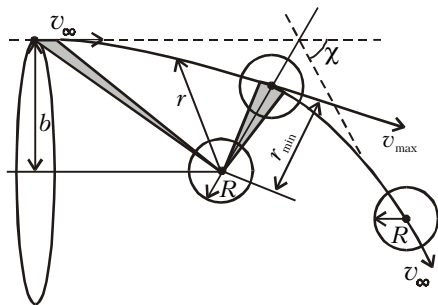


Рис. 1

что произойдет с их планетными системами — это совсем безразлично для их жителей. Для них важен вопрос, каково (хотя бы в среднем) время между столкновениями звезд в этом звездном облаке. И вообще: что такое «столкновение»? Ведь звезды взаимодействуют, в принципе, на любом расстоянии. (То же можно сказать о свободных электронах и протонах в газовой плазме. И даже нейтральные молекулы в «обычных» газах «чувствуют» друг друга издали благодаря электромагнитным полям, порождаемым движением электронов (см., например, статью «Любовь и ненависть в мире молекул» в «Кванте» №2 за 1994 г.).

И тут пора написать несколько формул.

Пусть наименьшее допустимое расстояние между звездами равно $r_{\min}$. Согласно второму закону Кеплера, площадь треугольника, «заметаемая» радиусом-вектором $\vec{r}$ в единицу времени, остается постоянной. Пусть относительная скорость звезд на большом удалении друг от друга равна v_{∞} , так называемое *прицельное расстояние* равно b , а наибольшая скорость при наибольшем сближении равна $v_{\max}$. Запишем утверждение второго закона Кеплера для двух заштрихованных треугольников:

$$\frac{1}{2} b v_{\infty} \Delta t = \frac{1}{2} r_{\min} v_{\max} \Delta t. \quad (1)$$

Здесь b и $r_{\min}$ — высоты этих треугольников, а $v_{\infty} \Delta t$ и $v_{\max} \Delta t$ — их основания, т.е. расстояния, пройденные звездой за малое время Δt .

Ясно, что при сближении звезд их относительная скорость растет. За счет чего? Конечно, за счет работы силы притяжения $F = -mmG/r^2$. Это изменение скорости можно найти из второго закона Ньютона. А можно описать этот процесс на основе предположения о постоянстве суммарной механической энергии системы двух звезд. Иными словами, записать, что сумма их кинетической E_k и потенциальной E_p энергий одинакова при любом их расположении — например, при самом большом («бесконечном») и наименьшем расстояниях между ними:

$$E_{k_{\infty}} + 0 = E_{k_{\max}} + E_{p_{\min}},$$

или

$$\frac{mv_{\infty}^2}{2} + 0 = \frac{mv_{\max}^2}{2} + \left(-\frac{\alpha}{r_{\min}} \right). \quad (2)$$

Здесь «ноль» (в левой части) означает, что при бесконечном удалении друг от друга звезды не взаимодействуют, а слагаемое $-\alpha/r_{\min}$ в правой части равно энергии их взаимодействия при $r = r_{\min}$. Тут уместно вспомнить, что эта энергия взаимодействия (потенциальная энергия) как раз и равна работе, которую нужно затратить, чтобы «вытащить»

на бесконечность одну звезду из потенциальной ямы, создаваемой другой звездой (рис.2). Поскольку сила притяжения обратно пропорциональна квадрату расстояния, работа против этой силы будет обратно пропорциональна первой степени расстояния, а коэффициент α , конечно же, содержит произведение масс звезд и гравитационную постоянную: $\alpha = 2m^2G$.

Внимательный читатель может спросить, почему здесь появился множитель «2». В механике известно, что движение двух взаимодействующих частиц (например, двух тел, соединен-

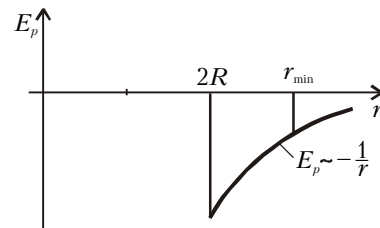


Рис. 2

ных одной пружинкой, двух гравитирующих масс, двух электрических зарядов) на расстоянии r можно свести к движению одной (так называемой приведенной) массы

$$\frac{m}{2} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

с радиусом-вектором $\vec{r}$. Поскольку нас интересуют здесь только оценки порядков величин, не будем останавливаться на этом подробнее.

Выразим $v_{\max}$ из равенства (1) и подставим в (2). Тогда получим

$$\left(\frac{b}{r_{\min}} \right)^2 = 1 + \frac{\alpha}{r_{\min} m v_{\infty}^2}. \quad (3)$$

Видно, что последнее слагаемое есть отношение потенциальной энергии взаимодействия звезд (при наибольшем сближении) к кинетической энергии их относительного движения. Если бы не было никакого взаимодействия ($\alpha = 0$), то получилось бы $b = r_{\min}$, что естественно, так как звезды при этом двигались бы по прямым. Значит, взаимодействие приводит к увеличению прицельного расстояния, а именно — все звезды, центры которых на бесконечности попадут в круг радиусом b , пройдут от нашей звезды не далее чем на расстоянии $r_{\min}$ (т.е. в этом смысле заведомо «столкнутся» с ней). Если среднее расстояние между звездами равно l , то концентрация звезд будет $n = l^{-3}$. Тогда «поток звезд» через круг с прицельным расстоянием b равен

$\pi b^2 n v_\infty$, и, значит, среднее время между столкновениями звезд будет

$$\tau \sim \frac{1}{\pi b^2 n v_\infty} = \frac{l^3}{\pi b^2 v_\infty}. \quad (4)$$

Сделаем теперь численные оценки. Выберем $r_{\min} = 2R$ (R – радиус звезды), как для жестких шаров; при этом эти шары «чиркнут» друг о друга. Пусть звезды обладают параметрами Солнца: $R = 0,7 \cdot 10^9$ м и $m = 2 \cdot 10^{30}$ кг, среднее расстояние между ними порядка одного светового года: $l \approx 10^{16}$ м, а средняя относительная скорость $v_\infty = 30$ км/с. Тогда получаем

$$\left(\frac{b}{2R}\right)^2 = 1 + \frac{2mG}{R} \frac{1}{v_\infty^2} = 1 + \left(\frac{v_{II}}{v_\infty}\right)^2 = 425,$$

где v_{II} – вторая космическая скорость, т.е. скорость «убегания» от звезды. Эта оценка показывает, что «сечение столкновения» πb^2 заметно превосходит таковое для случая невзаимодействующих шаров, равное $\pi(2R)^2$. А для среднего времени между такими столкновениями из выражения (4) получим

$$\tau \sim \frac{(10^{16})^3}{\pi \cdot 425 (2 \cdot 0,7 \cdot 10^9)^2 \cdot 3 \cdot 10^4} \text{ с} \approx 10^{32} \text{ с} \approx 3 \cdot 10^{24} \text{ лет.}$$

Конечно, экологи и политологи могут возразить: при «соприкосновении» звезд (когда $r_{\min} = 2R$) перестанут существовать их планетные системы, а сами звезды еще до этого сильно вытянутся навстречу друг другу. Так что допустимое расстояние, с точки зрения целостности системы планет (по крайней мере, ближайших к своему светилу), по-видимому, должно превосходить орбиту Плутона, радиус которой составляет приблизительно десять тысяч радиусов Солнца, т.е. должно быть $r_{\min} \gtrsim 10^4 R$. Тогда сечение взаимодействия вырастет в 10^8 раз, и во столько же раз изменится среднее «время жизни» планетных систем в нашем гипотетическом звездном газе. Все равно это время много больше времени существования известных на Земле цивилизаций.

В газовой плазме, содержащей положительные и отрицательные частицы, сила взаимодействия между парой частиц тоже обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними, только она может быть как положительной, так и отрицательной (закон Кулона). В теории плазмы часто под сечением взаимодействия частиц понимают такое прицельное расстояние, для которого угол разворота частиц χ после «столкновения» равен 90° (см. рис.1). А что же газ молекул?

Молекулы, как уже сказано, тоже взаимодействуют не совсем как жесткие шарики. Правда, их сила взаимодействия и потенциальная энергия изменяются с расстоянием гораздо резче, чем гравитационные силы ($F \sim -r^{-7}$, $E_p \sim -r^{-6}$), поэтому они «чувствуют» друг друга только на близких расстояниях, сравнимых с их размерами. Если учесть, что средняя кинетическая энергия теплового движения молекул пропорциональна температуре, то соотношение (3) можно записать в виде

$$\left(\frac{b}{2r_m}\right)^2 = 1 + \frac{\beta}{r_m^6 \cdot \frac{3}{2} kT},$$

где r_m – «радиус» молекулы, k – постоянная Больцмана, T – температура. Отсюда видно, что именно можно понимать под «радиусом молекулы» r_m . Действительно, для высоких температур последний слагаемый можно пренебречь, тогда b стремится к $2r_m$, а сечение столкновения молекул будет $4\pi r_m^2$. В этих условиях молекулы быстро пролетают мимо друг друга, так что сила притяжения «не успевает поработать» над их сближением. Наоборот, при понижении температуры их движение становится замедленным, сечение столкновения πb^2 растет, появляется возможность конденсации. Все тела во Вселенной тоже стремятся «сконденсироваться», но, слава Богу, никак не могут этого сделать благодаря начальным импульсам, прицельным расстояниям (и другим факторам).

Конечно, среднее время между столкновениями для молекул много меньше, чем для звезд. Например, в воздухе при комнатных условиях оно порядка наносекунды. Действительно, принимая радиус молекулы $r_m \sim 3 \cdot 10^{-10}$ м, концентрацию $n \sim 3 \cdot 10^{25}$ м⁻³, скорость теплового движения $v_\infty \sim 500$ м/с, по формуле (4) получим $\tau \sim 10^{-9}$ с. При этих столкновениях сами «планетные системы» молекул (их электронные облака) существенно участвуют в процессе взаимодействия: в отличие от звезд, здесь сила притяжения сменяется силой отталкивания.

Вспомним еще, что великие физики, внесшие немалый вклад в *кинетическую теорию* вещества, любили лично рассчитывать траектории взаимодействующих тел. В качестве примера на рисунке 3 приведены гиперболические траектории альфа-частиц вблизи тяжелого атомного ядра, построенные самим Эрнестом Резерфордом в 1911 году. Около каждой траектории написано значение угла разворота альфа-частицы после столкновения (сравните с рисунком 1). В этом случае электрические

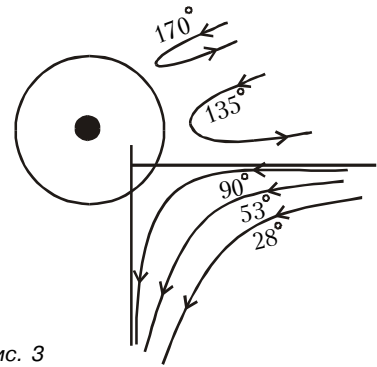


Рис. 3

кие заряды обеих частиц (альфа-частицы и ядра) имеют один знак и $F \sim +r^{-2}$.

На рисунке 4 изображено несколько траекторий нейтральных молекул относительно такой же фиксированной молекулы S для случая их взаимодействия с силой, обратно пропорциональной пятой степени расстояния ($F \sim +r^{-5}$). Эти молекулы «изобрел» сам Джеймс Клерк Максвелл (они так и называются «максвелловскими молекулами»), и он же сделал этот рисунок еще в прошлом веке.

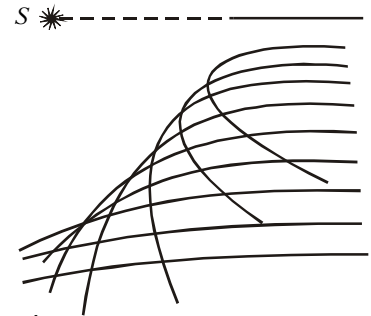


Рис. 4

Хотя в приведенных примерах взаимодействующие частицы считались точками, из рисунков ясно видно, что при «столкновении» они как бы натываются на невидимую преграду отнюдь ненулевых размеров. А ведь все эти молекулы, ядра, альфа-частицы, в отличие от звезд, трудно разглядеть. Как тут не восхититься человеческим разумом! Что и сделал еще один замечательный физик и философ: «Все тела, небесный свод, звезды, Земля и ее царства не идут в сравнение с самым низким из умов, ибо ум несет в себе знание обо всем этом, тела же не знают ничего» (Блез Паскаль).

Зачем быть конденсатору в магнитном поле?

А. СТАСЕНКО

ТАК УЖ повелось издавна, что в конденсаторе, этом хранителе зарядов, существует электрическое поле, а в катушке с током — магнитное. Но повесить конденсатор в магнитном поле — такое могло прийти в голову только очень Любопытному ребенку. И не зря — он узнал нечто новое.

А дело было так. Смастерил Любопытный ребенок конденсатор из двух длинных коаксиальных цилиндров с мало отличающимися радиусами a и b , так что их разность, т.е. ширина зазора $b - a = l$, много меньше любого из этих радиусов ($l \ll a < b$), да и повесил его вертикально в вертикальном же магнитном поле $\vec{B}_y$, причем так, что конденсатор мог вращаться вокруг своей оси совсем без трения (см. рисунок).

На внутренний цилиндр он поместил положительный заряд $+q_0$, на внешний — отрицательный $-q_0$. В результате между обкладками конденсатора возникло радиальное электрическое поле E_r . Да вот беда: конденсатор оказался заполненным веществом, обладающим электропроводностью, так что началась утечка заряда и возник радиальный электрический ток. Но на каждый за-

ряд e_0 , движущийся поперек линий магнитного поля, действует, как известно, сила Лоренца, перпендикулярная обоим векторам — скорости заряда $\vec{v}_r$ и индукции магнитного поля $\vec{B}_y$, а значит, направленная по касательной к окружности, и равная

$$F_\phi = e_0 v_r B_y$$

(индексы у букв как раз и подчеркивают взаимную перпендикулярность этих трех векторов).

Если концентрация движущихся зарядов n , то на единицу объема будет действовать сила, ее можно назвать *объемной плотностью силы*,

$$f_\phi = n F_\phi = n e_0 v_r B_y.$$

Поскольку эта сила направлена по касательной, то весь конденсатор начнет вращаться. Цилиндрический слой вещества между обкладками конденсатора и связанные с ним обкладки будут ускоряться в своем вращательном движении под действием суммарной силы, действующей на весь объем $2\pi a l h$ и равной

$$f_\phi \cdot 2\pi a l h = n e_0 v_r B_y \cdot 2\pi a l h$$

(тут-то Любопытному ребенку и пригодилось предположение о тонкости зазора между обкладками конденсатора — а то пришлось бы интегрировать по объему).

Итак, уравнение второго закона Ньютона, описывающего ускоренное вращательное движение конденсатора (пусть его масса m) можно записать в виде

$$m \frac{dv_\phi}{dt} = (n e_0 v_r) (2\pi a h) \cdot l B_y.$$

Выражение в первой скобке — это плотность тока $j_r = n e_0 v_r$, а во второй — площадь обкладок $S = 2\pi a h$ (она почти одинакова для обеих обкладок, опять же в силу малости зазора между ними). Но если плотность тока умножить на поперечную площадь, получится пол-

ный ток $I = j_r S$. Таким образом,

$$d(v_\phi m) = l B_y (I dt).$$

Снова не напрасно появились скобки. В скобках справа заключено изменение положительного заряда на внутренней обкладке:

$$dq = -I dt$$

(знак «минус» указывает на тот факт, что положительный радиальный ток уменьшает положительный заряд). Получилось, что приращение импульса конденсатора во вращательном движении $d(mv_\phi)$ пропорционально убыли заряда конденсатора. Значит, когда конденсатор полностью разрядится, его «вращательный» импульс достигнет максимально возможной величины

$$mv_\phi = l B_y q_0.$$

Образованный физик предпочел бы (в случае вращательного движения) говорить не об импульсе (поскольку центр масс конденсатора остается в покое), а о *моменте импульса*. Он умножил бы силу и импульс силы на плечо a (расстояние до оси вращения) и получил бы совсем грамотное уравнение

$$mv_\phi a = a l B_y q_0$$

для момента импульса конденсатора. Но дело не в этой тонкости (тем более, что Любопытному ребенку многое простительно). Возникает вопрос: откуда взялся вращательный импульс (или момент импульса) у конденсатора, который первоначально покоился? Ведь, согласно фундаментальным законам физики, эти величины не могут уничтожаться или возникать из ничего. Вывод один: они раньше принадлежали электромагнитному полю. В начальный момент конденсатор покоился, но существовали поля E_r и B_y . По мере разрядки конденсатора уменьшалось электрическое поле, и момент импульса электромагнитного поля постепенно переходил к ускоряющемуся (во вращательном движении) конденсатору. Наконец, электрическое поле исчезло совсем, и вместе с этим перестало существовать электромагнитное поле (осталось только магнитное), а конденсатор приобрел наибольшую угловую скорость.

Оказывается, — сказал себе Любопытный ребенок, — *электромагнитное поле обладает атрибутами механики: плотностью импульса и момента импульса!*

