



117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
тел. : [095] 930-56-48
e-mail: bquantum@sovam.com (с пометкой «Квант»).

№ 6 - 1998 г.

ЗАОЧНЫЕ ШКОЛЫ:

Условия приема и вступительные задания

часть 2

© Квант

*Использование или распространение этого материала
в коммерческих целях
возможно лишь с разрешения редакции*



Образовательный сетевой выпуск
VIVOS VOCO! - ЗОВУ ЖИВЫХ!
<http://www.techno.ru/vivovoco>

Заочная физико-техническая школа (ЗФТШ) Министерства общего и профессионального образования РФ при Московском физико-техническом институте (МФТИ) проводит набор учащихся общеобразовательных учреждений (школ, лицеев, гимназий и т.п.), расположенных на территории Российской Федерации, на 1999/2000 учебный год.

ЗФТШ при МФТИ как федеральное государственное учреждение дополнительного образования работает с 1966 года. За это время школу окончили свыше 56 тысяч учащихся; практически все ее выпускники поступают в ведущие вузы страны, а каждый второй студент МФТИ – выпускник ЗФТШ. Финансирует ЗФТШ Министерство общего и профессионального образования Российской Федерации. Обучение в ЗФТШ бесплатное.

Научно-методическое руководство школой осуществляет Московский физико-технический институт, который готовит специалистов по существующей только в МФТИ единой специальности «Прикладная математика и физика». В их подготовке принимают участие ведущие отраслевые и академические научно-исследовательские институты и научно-производственные объединения страны (базовые организации МФТИ). Преподаватели МФТИ – крупнейшие ученые, среди которых около ста членов Российской академии наук. Физтехобразование позволяет не только успешно работать в науке, но и хорошо ориентироваться в жизни.

Цель ЗФТШ при МФТИ – помочь учащимся, интересующимся физикой и математикой, углубить и систематизировать свои знания по этим предметам.

Набор в 8, 9, 10 и 11 классы ЗФТШ на 1999/2000 учебный год проводится на следующие отделения:

– *Заочное (индивидуальное).*

Телефон: (095) 408-51-45.

Прием на заочное отделение проводится на конкурсной основе по результатам выполнения вступительного задания по физике и математике, приведенного ниже. Полная программа обучения рассчитана на 4 года (8–11 кл.), но поступать можно в любой из этих классов.

В течение учебного года, в соответствии с программой ЗФТШ, ученик будет получать по каждой теме задания по физике и математике (по 4 задания по каждому предмету для 8 класса, 6–7 заданий по каждому предмету для 9, 10 и 11 кл.), а затем рекомендуемые ЗФТШ авторские решения этих заданий вместе с проверенной работой учащегося.

Задания содержат теоретический материал, разбор характерных примеров и задач по соответствующей теме и 8–12 контрольных вопросов и задач для самостоятельного решения. Это и простые задачи, и более сложные (на уровне конкурсных задач в МФТИ). Задания ЗФТШ составляют опытные преподаватели кафедр общей физики и высшей математики МФТИ. Работа учащихся-заочников проверяют студенты, аспиранты и выпускники МФТИ (часто – выпускники ЗФТШ).

– *Очно-заочное (в физико-технических факультетах и кружках).*

Телефон: (095) 485-42-27.

Заочные физико-технические круж-

ки и факультативы могут быть организованы в любом общеобразовательном учреждении двумя преподавателями – физики и математики. Руководители кружка или факультатива принимают в них учащихся, успешно выполнивших вступительное задание ЗФТШ. Группа (не менее 8 человек) принимается в ЗФТШ, если директор общеобразовательного учреждения сообщит в ЗФТШ фамилии, имена, отчества ее руководителей и поименный список обучающихся (с указанием класса и итоговых оценок за вступительное задание по физике и математике). Все эти материалы и конверт с маркой достоинством 1 руб. для ответа о приеме в ЗФТШ с обратным адресом на имя одного из руководителей следует выслать *до 25 мая 1999 года* по адресу: *141700 г.Долгопрудный Московской области, Институтский пер., 9, МФТИ, ЗФТШ (с указанием «Кружок» или «Факультатив»)*. Тетради с работами учащихся в ЗФТШ не высылаются. Работа руководителей кружков и факультативов может оплачиваться общеобразовательным учреждением по представлению ЗФТШ при МФТИ как факультативные занятия.

Руководители кружков и факультативов будут получать в течение учебного года учебно-методические материалы ЗФТШ (программы по физике и математике, задания по темам программы, решения заданий с краткими рекомендациями по оценке работ учащихся) и информационно-рекламные материалы (газеты МФТИ «За науку», проспекты МФТИ и его факультетов с правилами приема и т.п.). Работы учащихся проверяют и оценивают руководители кружков и факультативов, а в ЗФТШ ими высылаются ведомости с итоговыми оценками по каждому заданию.

– *Очное (в вечерних консультационных пунктах).*

Телефон: (095) 408-51-45.

Для учащихся Москвы и Московской области по программе ЗФТШ работают вечерние консультационные пункты, набор в которые проводится или по результатам выполнения вступительного задания ЗФТШ, или по результатам собеседования по физике и математике, которое проводится в мае и сентябре.

Программы ЗФТШ при МФТИ являются дополнительными образовательными программами и едины для всех видов обучения. Кроме занятий

по этим программам, ученикам ЗФТШ предлагается участвовать в пробных вступительных экзаменах в МФТИ, которые проводятся в марте, в очных и заочных олимпиадах МФТИ и его факультетов, конкурсах и научно-технических конференциях.

По окончании учебного года учащиеся, успешно выполнившие программу ЗФТШ по выбранной форме обучения, переводятся в следующий класс, а выпускники (11 кл.) получают Свидетельство об окончании с итоговыми оценками по физике и математике, которое учитывается на собеседовании при поступлении в МФТИ.

Вне конкурса (без выполнения вступительного задания) в ЗФТШ принимаются участники областных, краевых, республиканских, зональных и всероссийских олимпиад по физике и математике (участие нужно подтвердить справкой из школы).

Вступительное задание по физике и математике каждый ученик выполняет самостоятельно. Работу сделайте на русском языке и аккуратно перепишите в одну школьную тетрадь. Порядок задач сохраняйте тот же, что и в задании. Тетрадь перешлите в большом конверте простой бандеролью (только не сворачивайте в трубку). Вместе с решением обязательно вышлите справку из школы, в которой учитеесь, с указанием класса. Справку наклейте на внутреннюю сторону обложки тетради. На лицевую сторону обложки наклейте лист бумаги, четко заполненный по приведенному здесь образцу.

Внимание! Для получения ответа на вступительное задание и для отправки вам первого задания *обязательно* вложите в тетрадь два конверта: обычный почтовый с маркой достоинством в 1 руб. и бандерольный размером 160 × 230 мм с марками на сумму 1 руб. 50 коп. На конвертах напишите свой домашний адрес.

Срок отправления решения – *не позднее 1 марта 1999 года*. Вступительные работы обратно не высылаются. Решение приемной комиссии будет сообщено не позднее 1 августа 1999 года.

Тетрадь с выполненными заданиями (по физике и математике) высылайте по адресу: *141700 г.Долгопрудный Московской области, Институтский пер., 9, МФТИ, ЗФТШ.*

Для учащихся Украины работает Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ. Желающим поступить следует высылать работы по адресу: 252680 г.Киев, пр. Вернадского, д.36, Институт ме-

Л. №								
№ п/п								Σ
Ф.								
М.								

1. Область
2. Фамилия, имя, отчество
3. Класс, в котором учитесь
4. Номер школы
5. Вид школы (обычная, лицей, гимназия, с углубленным изучением предмета и т.п.)
6. Подробный домашний адрес (с указанием индекса и телефона)
7. Место работы и должность родителей:
 - отец
 - мать
8. Адрес школы и телефон
9. Фамилия, имя, отчество преподавателей:
 - по физике
 - по математике
10. Каким образом к Вам попала эта афиша?

*Костромская
Костров Дмитрий Владимирович
девятый
№32
физико-технический лицей*

*156011 г.Кострома, ул.Студенческая,
д.20, кор.2, кв.205, тел. 21-32-43*

*АОЗТ Завод ЦСП, инженер
поликлиника №1, медсестра
156011 г.Кострома, ул. Беговая, д. 4а,
тел. 31-42-53*

*Королев Сергей Алексеевич
Потапова Марина Николаевна*

таллофизики, Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ. Телефон: (044) 444-95-24.

Для учащихся из стран ближнего зарубежья возможно платное обучение на заочном и очно-заочном отделениях ЗФТШ. Условия обучения для прошедших конкурсный прием будут сообщены дополнительно.

Ниже приводятся вступительные задания по физике и математике. В задании по физике задачи 1—5 предназначены для учащихся седьмых классов, 6—11 — для восьмых классов, 9—14 — для девярых классов, 13—18 — для десятых классов. В задании по математике задачи 1—5 предназначены для учащихся седьмых классов, 2—8 — для восьмых классов, 5—11 — для девярых классов, 8—14 — для десятых классов. Номера классов указаны на текущий 1998/99 учебный год.

1. Тонкая нерастяжимая нить намотана на катушку, состоящую из цилиндрического стержня радиусом r и двух одинаковых сплошных дисков радиусом R . Нить переброшена через блок, и

к концу ее привязан груз (рис.1). Под действием груза катушка катится по горизонтальной поверхности без скольжения. Какой путь L пройдет центр катушки O , когда груз опустится на высоту l ?

2. Группа индейцев племени Хитачи, двигаясь цепочкой по тропе со скоростью 3,6 км/ч, растянулась на 200 м. Вдруг замыкающий услышал звуки шагов бледнолицых. С этой вестью он посылает самого быстрого индейца к вождю, который находится впереди группы. Индеец бежит со скоростью 7 м/с и, мгновенно выполнив приказ, возвращается к замыкающему группы с той же скоростью. Через какое время

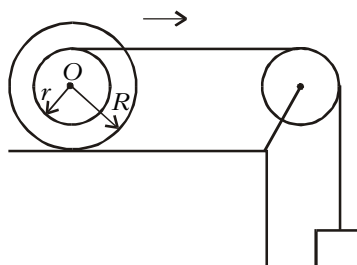


Рис. 1

после получения приказа индеец вернется обратно?

3. Три одинаковых сообщающихся сосуда частично заполнены водой (рис.2). Когда в левый сосуд налили слой керосина высотой $H_1 = 20$ см, а в правый — высотой $H_2 = 25$ см, то уровень воды в среднем сосуде повы-

Рис. 2

сился. На сколько повысился уровень воды в среднем сосуде? Плотность керосина $\rho_k = 800$ кг/м³, плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.

4. Какую массу имеет деревянный брусок кубической формы со стороной l , если при переносе его из масла в воду глубина погружения бруска уменьшилась на h ?

5. Цилиндрический сосуд с вертикальными стенками заполнен водой на $3/4$ своего полного объема $V = 1$ л. Какова максимальная масса деревянного бруска, который можно опустить в сосуд так, чтобы вода еще не выливалась из него? Плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.

6. Полый медный шар плавает в сосуде с водой во взвешенном состоянии (шар полностью погружен в воду, но не касается стенок и дна сосуда). Чему равна масса шара, если объем полости равен $V_1 = 17,75$ см³? Плотность меди $\rho_m = 8900$ кг/м³, плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³. Массой воздуха в полости пренебречь.

7. С какой силой человек должен тянуть веревку, чтобы удержать платформу, на которой он стоит (рис.3), если его масса 60 кг, а масса платформы 30 кг? С какой силой давит человек на платформу? Какую максимальную

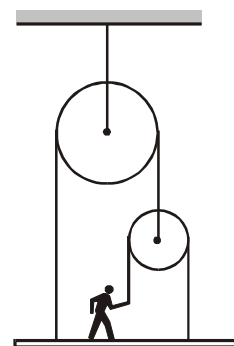


Рис. 3

массу должна иметь платформа, чтобы человек еще мог ее удержать? Ветки считать невесомыми и нерастяжимыми. Массой блоков и трением в них пренебречь.

8. В открытую с обоих концов трубку вставлена пробка длиной a . Пробка находится от края трубки на расстоянии a (рис.4). Какую минимальную работу нужно произвести, чтобы выта-

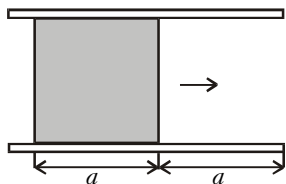


Рис. 4

щить пробку из трубки, если сила трения между трубкой и полностью вставленной в нее пробкой равна F ? Весом пробки пренебречь.

9. В термос с водой поместили лед при температуре -10°C . Масса воды 400 г, масса льда 100 г, начальная температура воды 18°C . Определите окончательную температуру воды в термосе. Удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$, удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{град)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$. Потерями тепла пренебречь.

10. В схему включены два амперметра и два одинаковых вольтметра (рис.5). Сопротивления вольтметров и амперметров неизвестны, но известны пока-

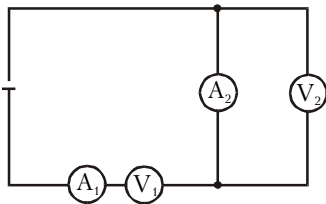


Рис. 5

зания обоих амперметров: $I_1 = 100 \text{ мА}$, $I_2 = 99 \text{ мА}$ и показание первого вольтметра: $U_1 = 10 \text{ В}$. Найдите показание второго вольтметра U_2 .

11. В электрическом самоваре мощностью $P_1 = 600 \text{ Вт}$ и электрическом чайнике мощностью $P_2 = 300 \text{ Вт}$ при включении в сеть напряжением $U = 220 \text{ В}$, на которое они рассчитаны, вода закипает одновременно через $t = 20 \text{ мин}$. Через сколько времени закипит вода в самоваре и чайнике, если их соединить последовательно и включить в сеть напряжением $U = 220 \text{ В}$?

12. Футболист на тренировке бьет мячом в вертикальную стену, находящуюся от него на расстоянии $L = 16 \text{ м}$.

После упругого удара мяч летит обратно и падает на землю на расстоянии $L/4$ от стены. Начальная скорость мяча равна $v_0 = 20 \text{ м/с}$ и лежит в плоскости, перпендикулярной стене. Найдите угол между начальной скоростью мяча и горизонтом. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

13. На гладком горизонтальном столе покоится брусок массой $M = 2 \text{ кг}$, на котором находится кубик массой $m = 0,1 \text{ кг}$. Кубик и брусок связаны легкой нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис.6). Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы кубик соскользнул с него за время $\tau = 1 \text{ с}$? Длина нижнего бруска $L = 0,5 \text{ м}$, длина кубика пренебрежимо мала по сравнению с L . Коэф-

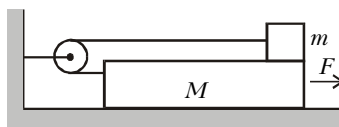


Рис. 6

фициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением в блоке пренебречь.

14. У основания гладкой горки, профиль которой показан на рисунке 7, стоит брусок 1. Два других таких же бруска находятся на вершине горки. С горки соскальзывает без начальной

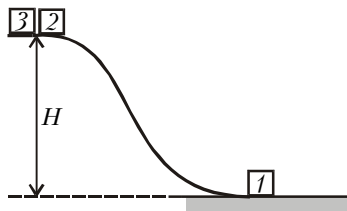


Рис. 7

скорости брусок 2, а через время τ — брусок 3. При столкновении брусков происходит абсолютно неупругий удар. На каком расстоянии от конца уклона горки все три бруска начнут двигаться как единое целое? Трением пренебречь. Высота горки H .

15. Резиновый шарик массой $m = 2 \text{ г}$ надувают гелием при температуре $t = 17^\circ\text{C}$. По достижении в шарике давления $p_0 = 1,1 \text{ атм}$ он лопается. Какая масса гелия была в шарике, если перед тем, как лопнуть, он имел сферическую форму? Известно, что резиновая пленка рвется при толщине $\Delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Плотность резины $\rho = 1,1 \text{ г/см}^3$, молярная масса гелия $M = 4 \text{ г/моль}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$.

16. В цилиндре под поршнем находится смесь ν молей жидкости и ν молей ее насыщенного пара при темпе-

ратуре T_0 . К содержимому цилиндра подвели количество теплоты Q , медленно и изобарически нагревая его, и температура внутри цилиндра увеличилась на ΔT . Найдите изменение внутренней энергии содержимого цилиндра. Начальным объемом жидкости пренебречь.

17. На поверхности жидкости плотностью ρ плавает тонкостенный цилиндрический стакан, наполовину погруженный в жидкость. На сколько погрузится стакан, если его поставить на поверхность жидкости вверх дном? Высота стакана H , давление воздуха p_a . В обоих случаях стакан плавает в вертикальном положении. Температуру воздуха считать постоянной. Вертикальное положение стакана в обоих случаях поддерживается незначительными боковыми усилиями.

18. Ось неподвижной гантели с шариками, массой m каждый, расположена перпендикулярно силовым линиям однородного электрического поля напряженности E . Заряды шариков гантели равны $+q$ и $-q$, расстояние между шариками неизменно и равно d . Определите скорости шариков в момент, когда ось гантели будет расположена вдоль поля. Размеры шариков малы по сравнению с расстоянием между ними.

1. За 10 дней ученик должен был решить определенное количество задач. Сколько задач должен был решать ученик, если в первые 7 дней он решал по $\frac{1}{13}$ от общего числа задач в день; за следующие 2 дня было решено 20% всех задач, а в последний день пришлось решить 17 задач?

2. На реке расположены два острова А и В. Туристы, отправившись от острова А, желают попасть на остров В, побывав поочередно на обоих берегах реки. Как они должны проложить маршрут, чтобы путь имел наименьшую длину (берега реки считать прямыми линиями, а острова А и В — точками)?

3. Докажите, что из любых пяти целых чисел можно найти три, сумма которых делится на 3.

4. На плоскости две параллельные прямые a и b пересечены третьей прямой c . Постройте равносторонний треугольник ABC с данной стороной так, чтобы его вершины A , B и C принадлежали прямым a , b и c соответственно.

5. Найдите натуральное число n , если из трех следующих утверждений два верны, а одно — неверно:

- 1) $n + 51$ есть точный квадрат;
- 2) последняя цифра числа n есть 1;

3) $n - 58$ есть точный квадрат.

6. Среди 12 монет есть одна фальшивая. Найдите ее четырьмя взвешиваниями на весах с двумя чашками без гирь, если неизвестно, легче она или тяжелее остальных.

7. Решите уравнение

$$|x - \sqrt{x} - 3| + |\sqrt{x} + 7 - x| = 6.$$

8. Сосуд емкостью 8 л наполнен воздухом, содержащим 16% кислорода. Из этого сосуда выпускают некоторое количество воздуха и впускают такое же количество азота; после чего опять выпускают такое же, как и в первый раз, количество смеси и опять дополняют таким же количеством азота. В новой смеси оказалось 9% кислорода.

Определите, сколько литров газа выпускалось каждый раз из сосуда.

9. Найдите все пары чисел x, y , при которых является верным равенство $x^3 - x^2 - xy - 17x - 3y + 8 = 0$.

10. Окружность с центром на стороне AC равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) касается сторон AB и BC , а сторону AC делит на три равные части. Найдите радиус окружности, если $BH \cdot AC = 18\sqrt{2}$, где BH – высота треугольника ABC .

11. Решите неравенство

$$\frac{7 - 3x + \sqrt{x^2 + 3x - 4}}{x - 3} < -1.$$

12. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбраны точки M и N соответ-

ственно так, что $AM : MB = 5 : 1$, $CN : NB = 2 : 1$. Найдите отношение радиусов окружностей, описанных около треугольников ABC и BMC , если $\angle AMC = \angle ANC$ и $\angle ABC = 45^\circ$.

13. Решите уравнение

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{3|\sin x|}{\sin 3x} = -2.$$

14. Графику функции $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ принадлежат точки A и B , симметричные относительно прямой $x = 2$. Касательные к этому графику в точках A и B параллельны между собой. Одна из этих касательных проходит через точку $(0; 1)$, другая – через точку $(0; -5)$. Найдите значения a, b и c .

Специализированный учебно-научный центр (сокращенно – СУНЦ) при МГУ (школа им. академика А.Н.Колмогорова), СУНЦ НГУ, СУНЦ УрГУ и Академическая гимназия при СПбГУ объявляют набор школьников в 10 (двухгодичное обучение) и 11 (одногодичное обучение) классы.

Обучение ведется на двух отделениях: физико-математическом и химико-биологическом. В составе физико-математического отделения кроме основного профиля предлагаются компьютерно-информационный, биофизический (СУНЦ МГУ) и экономический. Химико-биологическое отделение представлено специализациями по химии и биологии.

Зачисление в школу производится на конкурсной основе по итогам нескольких туров. Первый тур – заочный письменный экзамен по математике, физике, химии. Успешно выдержавшие письменный экзамен по решению приемной комиссии в апреле – мае приглашаются в областные центры Российской Федерации на устные экзамены.

Ниже приведены условия заочного вступительного экзамена. Работа должна быть выполнена в обычной ученической тетради (на титульном листе укажите желаемый профиль обучения). На первой странице укажите свои анкетные данные: 1) фамилию, имя, отчество (полностью); 2) домашний адрес (подробный), индекс; 3) подробное название школы, класс. Работу отправляйте простой бандеролью (обязательно вложите в работу конверт с маркой, заполненный на свой домашний ад-

рес). Высылайте вашу работу по одному из следующих адресов:

121357 Москва, Кременчугская ул., 11, СУНЦ МГУ, Приемная комиссия, заочный экзамен (внимание: жители Москвы принимаются в учебный центр без предоставления общежития, телефон для справок 445-11-08);

199034 Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/96, Академическая гимназия;

620137 Екатеринбург, ул. Голощекина, 30, СУНЦ УрГУ;

630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Учебно-научный центр НГУ, Олимпиадный комитет.

Срок отправки работ – не позднее 20 марта 1999 года (по почтовому штемпелю). Работы, посланные позже этого срока, рассматриваться не будут.

Если вы не сможете решить все задачи, не отчаивайтесь – комиссия рассмотрит работы с любым числом решенных задач.

Желаем успеха!

Для поступающих в 10 класс физико-математического отделения предназначены задачи 1–11, 13–20, а; для поступающих в 11 класс – задачи 1, 3–5, 7, 8, 10–20. Для поступающих на химико-биологическое отделение предназначены задачи 1, 5, 8, 10, 14.

Ученики 9 классов, обучающиеся только на 4 и 5 на отделении математики Всероссийской заочной многопредметной школы или на заочном отделении Малого мехмата, приглашаются на устные экзамены в СУНЦ МГУ (но не в СУНЦ НГУ) без выполнения прилагаемой работы.

1. Найдите число цифр у произведения чисел 365989345678932 и 34297348937.

2. Найдите все трехзначные числа, которые в 13 раз больше суммы своих цифр.

3. Найдите наименьшее шестизначное число, которое делится на 321.

4. Найдите число всех n , $1 \leq n \leq 33000$, которые делятся на 3, 5 и 11.

5. На дискотеке собрались 10 юношей и 9 девушек. Сколькими способами они могут составить 5 пар для участия в танце?

6. Упростите

$$(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)\dots(1+x^{2^n});$$

б)

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8}.$$

7. Вычислите

$$\cos\left(\pi \cos\left(2\pi \cos\left(3\pi \dots \cos(1998\pi(\cos 1999\pi))\dots\right)\right)\right).$$

8. При каких a и b существует квадратный трехчлен $P(x)$ такой, что

$$x^4 + 3x^3 + 3x^2 + ax + b = P(x)(x^2 - 3x + 2)?$$

9. Найдите число корней уравнения

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \dots + \sqrt{199 + x}}}} = 200.$$

10. Найдите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 6, \\ xy + 4yz + 2xz = 22, \\ xyz = 6. \end{cases}$$

11. Функция f называется четной (нечетной), если для любого x выпол-

нено: $f(-x) = f(x)$ (соответственно, $f(-x) = -f(x)$). Какие из следующих функций четные, какие нечетные, а какие — ни те, ни другие (докажите!):

- $x^3 - 2x^2 + 1$;
- $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)$;
- $(x+1)^{10} - (x-1)^{10}$?

12. Пусть p — рациональное число, $0 < p < 1$. Расположите в порядке возрастания числа p , $q = p^p$, $r = p^q$.

13. Сумма трех положительных чисел x , y , z равна 1 и $x \leq y \leq z \leq 2x$. Найдите наименьшее значение произведения xyz .

14. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC площади 1 отмечены соответственно точки C' , A' , B' так, что $9 \cdot BA' = A'C$, $9 \cdot CB' = B'A$, $9 \cdot AC' = C'B$. Найдите площадь треугольника $A'B'C'$.

15. Из произвольной точки M внутри данного острого угла A опущены перпендикуляры MP и MQ на его стороны. Из вершины A опущен перпендикуляр AK на отрезок PQ . Докажите, что $\angle PAK = \angle MAQ$.

16. Дан отрезок длины 1. Постройте циркулем и линейкой отрезок $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

17. Постройте циркулем и линейкой треугольник по двум сторонам a и b , $b > a$, если известно, что угол против одной из них в два раза больше угла против второй.

18. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O , $BO = 4$, $DO = 6$, $AO = 8$, $OC = 3$, $AB = 6$. Найдите AD .

19. Две стороны треугольника единичной площади разделены на три равные части, как показано на рисунке 1.

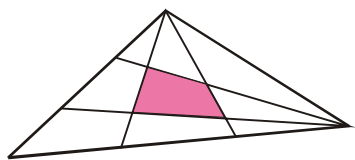


Рис. 1

Найдите площадь выделенного четырехугольника.

20. а) На сколько частей могут делить плоскость 4 прямые?

б) На сколько частей делят пространство 4 плоскости (никакие 3 плоскости не имеют общей прямой, и все 4 плоскости не проходят через одну точку)?

Для поступающих в 10 класс

1. Начальная скорость автомобиля равна нулю. Первую половину пути он

проходит с постоянным ускорением. На второй половине пути он движется с постоянной скоростью $v = 18$ м/с, которой достиг в конце первого участка. Найдите среднее значение скорости автомобиля.

2. Жонглер бросает вверх три мяча с одинаковыми начальными скоростями $v_0 = 6,26$ м/с через одинаковые промежутки времени. В некоторый момент времени T первый и третий мячи находятся на одной высоте относительно точки бросания. Найдите высоту, на которой окажется второй мяч в момент времени T .

3. На горизонтальной плоскости лежит пластинка, на которую сверху положена такая же пластинка. Масса каждой пластинки $m = 1$ кг. Коэффициент трения между пластинками и между пластинкой и плоскостью $\mu = 0,1$. К нижней пластинке приложили горизонтально направленную силу. Найдите наименьшее значение величины силы, при котором верхняя пластинка соскользнет с нижней пластинки.

4. Спутник движется по круговой орбите на расстоянии $3R$ от поверхности Земли, R — радиус Земли. Найдите отношение скорости спутника к первой космической скорости.

5. Два вертикально стоящих открытых сверху цилиндрических сосуда одинакового поперечного сечения соединены на высоте $H = 8$ м тонкой трубкой, перекрытой краном. Первый сосуд заполнен водой до высоты $H_1 = 10$ м, второй — нефтью до высоты $H_2 = 12,5$ м. Давления на уровне дна в первом и втором сосудах одинаковы. Найдите приращение уровней воды и нефти после открывания крана.

Для поступающих в 11 класс

1. Воздушный шар, сообщаящийся с атмосферой, заполнен воздухом, температура которого $t_1 = 157$ °C. Температура воздуха вне шара $t_2 = 17$ °C. Масса оболочки шара и груза $m = 100$ кг, давление атмосферы $p = 10^5$ Па. При каком значении объема оболочки шар взлетит?

2. В камере объемом $V = 22,4$ л находится воздух и $m = 18$ г воды при давлении $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па и температуре $T_1 = 273$ К. Найдите давление в камере, если ее нагреть до температуры $T_2 = 373$ К.

3. В схеме (рис.2) ЭДС батарей $\mathcal{E}_1 = 2\mathcal{E}$, $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}$, емкости двух идентичных плоских конденсаторов $C_1 = C_2 = C$. Тонкий металлический лист помещают между пластинами обоих конденсаторов на одинаковом расстоянии от пластин. Найдите приращение заряда

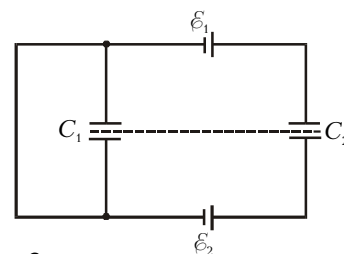


Рис. 2

на верхней пластине конденсатора емкостью C_1 .

4. В схеме (рис.3) разность потенциалов между точками a и b равна U_1 ,

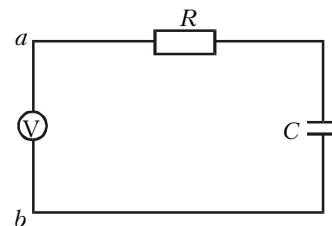


Рис. 3

емкость конденсатора C . Найдите количество теплоты, выделяемое в резисторе при уменьшении разности потенциалов до значения U_2 .

5. Стороны правильного треугольника ABC представляют собой проводящий контур — каркас, изготовленный из однородной проволоки. Сопротивление стороны $R_0 = 1$ Ом, длина $a = 10$ см. К вершинам A и C треугольника приложено постоянное напряжение $U = 1$ В. Каркас расположен в плоскости XY , сторона AC параллельна оси X . Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле с индукцией, равной $B = 10^{-3}$ Тл и направленной параллельно оси Y . Найдите силу Ампера, действующую на каркас.

1. Какое вещество A и при каких условиях могло быть использовано в реакции, выражаемой следующей схемой (указаны все исходные вещества и продукты без коэффициентов):



Приведите возможные уравнения реакций (с коэффициентами).

2. Сплав магния и цинка массой 7,7 г при сгорании в избытке кислорода дает 10,1 г оксидов. Определите состав сплава. Как изменится условие и решение этой задачи, если кислород заменить на азот?