117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
тел. : [095] 930-56-48
e-mail: bquantum@sovam.com (с пометкой “Квант”).

№ 6 - 1999 г.

VIII Международная олимпиада

«Интеллектуальный марафон»

VIII Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

Очередная, восьмая, тест-рейтинговая олимпиада «Интеллектуальный марафон» прошла с 26 апреля по 3 мая в рамках Международного фестиваля «Дети. Интеллект. Культура», который был проведен Международным интеллект-клубом «Глюон» при участии Фонда греческих исследований и поддержке компании «Хелленик Панорама» (Греция, Афины).

Участники и гости фестиваля собрались в одном из красивейших мест эгейского побережья, на мысе Сунион, недалеко от исторического памятника – храма Посейдона.

Большой интерес вызвала традиционная конференция юных ученых. На различных секциях были заслушаны доклады по математике, физике, экологии, истории; рассмотрены проекты студии «Ноосфериум», работы юных художников, поэтическое творчество и художественный перевод. Все участники заслужили самой высокой оценки; многие были награждены дипломами и памятными подарками. Особенно были отмечены выступления учениц московской школы 1239 Маши Алексеевой (7 класс) – за интересные переводы из Роберта Стивенсона и Маши Новиковой (6 класс) – за цикл собственных стихов.

Увлекательно сложилась борьба на олимпиаде «Интеллектуальный марафон». В командном устном туре по математике выиграла команда инженерно-технического лицея 3 из Волгограда, по физике – команда из Иордании (она же выиграла и главный приз этих соревнований, получив лучший суммарный результат), по истории научных идей и открытий – совсем юная команда московской школы 1239, составленная из учеников 6—8 классов.

По результатам индивидуального письменного тура лучшим математиком была признана Оксана Новицкая из волгоградского лицея 3, а лучшим физиком – Станислав Потапов из того же лицея. Интересно отметить, что О.Новицкая, показав высокие результаты во всех турах соревнований, стала победителем в общем зачете и получила звание «Мисс Олимпиада-98».

Богатой и интересной была и культурно-экскурсионная программа фестиваля.

Международный интеллект-клуб (МИК) «Глюон» приглашает учебные центры, школы, лицеи и гимназии на очередную международную тест-рейтинговую олимпиаду «Интеллектуальный марафон», которая пройдет с 25 сентября по 3 октября 2000 года в Болгарии в рамках Европейского фестиваля науки.

Заявки на участие принимаются не позднее 25 января 2000 года по адресу: 115522 Москва, Пролетарский проспект, д. 15/6, ком. 2, МИК «Глюон».

Телефон: (095) 324-20-30; факс: (095) 396-82-27; e-mail: *olga@mics.msu.su*

Задачи

Письменный индивидуальный тур

Математика

1. На какие цифры надо заменить звездочки в записи девятизначного числа $32*35717*$, чтобы оно разделилось на 72?

2. Разрежьте листок клетчатой бумаги размером 8×9 клеток на фигурки, состоящие из четырех клеток и имеющие форму буквы Г (рис.1).

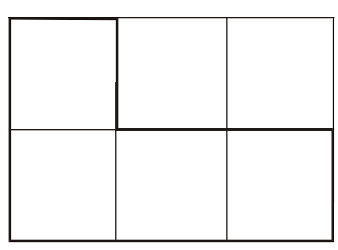

Рис. 1

3. Найдите три простых числа, произведение которых в 7 раз больше их суммы.

4. В треугольнике ABC площадью S точка K – середина медианы AM. Прямая BK пересекает AC в точке L. Найдите площадь треугольника AKL.

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 6y = 0, \\ y^2 - 2xy + 9 = 0. \end{cases}$$

6. Можно ли увезти 50 камней, массы которых 370 кг, 372 кг, 374 кг, 376 кг, ..., 468 кг на семи трехтонных грузовиках?

7. В ромбе $ABCD$ величина угла B равна 40°, E – середина BC, F – основание перпендикуляра, опущенного из A на DE. Найдите величину угла DFC.

Физика

1. Мальчику, живущему в доме, находящимся на расстоянии $h_1 = 200$ м от реки, надо принести ведро воды бабушке, живущей в доме, расположенном вниз по течению на расстоянии $L = 400$ м и удаленном от реки на $h_2 = 100$ м. Какое минимальное время необходимо мальчику, чтобы выполнить поручение? Скорость мальчика считать равной $v = 2$ м/с, временем наполнения ведра пренебречь.

2. Тонкое кольцо скатывается без проскальзывания с высоты h по наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтальной поверхностью. Определите скорость движения кольца у основания наклонной плоскости, если его начальная скорость равна нулю.

3. Какую минимальную механическую работу надо совершить, чтобы вытянуть пробку длиной l из горлышка бутылки, если минимальная сила, под действием которой пробка приходит в движение, равна F_0?

4. Определите силу взаимодействия точечного заряда q с идеально проводящей металлической пластиной, имеющей поверхностную плотность заряда σ, если расстояние между пластиной и зарядом равно l.

5. Определите электрическое сопротивление цепей, представленных на рисунке 2. Сопротивления всех элементов одинаковы и равны r.

6. Оцените время замерзания слоя воды толщиной $h = 100$ мкм, находящегося в вакуумной камере при температуре $t = 0$ °С. Давление насыщенного водяного пара при указан-

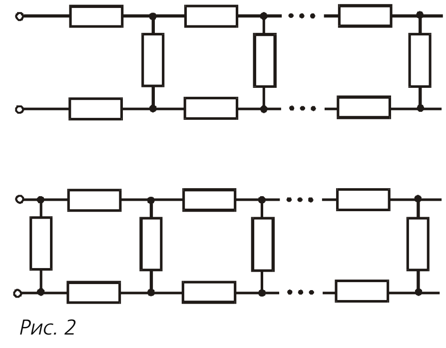

Рис. 2

ной температуре p_0 = 4,5 мм рт. ст. Удельная теплота испарения воды r = 2260 Дж/г, удельная теплота плавления λ = 334 Дж/г, плотность воды $\rho_0 = 1$ г/см^3.

7. Полый стальной шар радиусом R = 50 см, погруженный на дно глубокого водоема, всплывает за некоторое время t. Если наполнить шар водой, он погружается на дно водоема за то же самое время. Определите толщину стенок шара. Плотность стали ρ = 7,8 г/см^3, плотность воды ρ_0 = 1,0 г/см^3.

Устный командный тур

Математика

1. Какое из двух чисел $A = 1997^{1998} \cdot 1998^{1999} \cdot 1999^{1997}$ или $B = 1997^{1997} \cdot 1998^{1998} \cdot 1999^{1999}$ больше?

2. Площадь заштрихованного прямоугольника равна Q, площадь прямоугольника $ABCD$ равна P (рис.3).

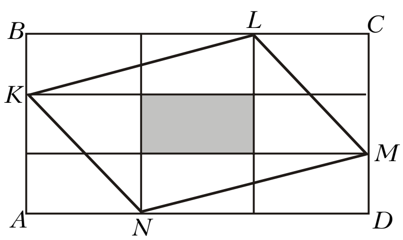

Рис. 3

Чему равна площадь четырехугольника $KLMN$?

3. Является ли число $3^{22} + 5 \cdot 3^{10} + 1$ простым?

4. Что вы можете сказать о треугольнике, площадь которого равна $\frac{1}{4}\left(a^2 + b^2\right)$, где a и b – две из его сторон?

5. Найдите сумму цифр всех трехзначных чисел.

6. Можно ли разрезать выпуклый 17-угольник на 14 треугольников?

7. Два участника шахматного турнира выбыли после 5-го тура, и потому в турнире было сыграно 38 партий. Играли ли выбывшие участники друг с другом?

8. Существует ли натуральное число n такое, что $6n$ является шестой степенью целого числа, а $8n$ – восьмой степенью?

9. Какое из чисел $A = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{9\cdot 10}$ или $B = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{40}$ больше?

10. Сколько прямоугольников имеется на рисунке 4?

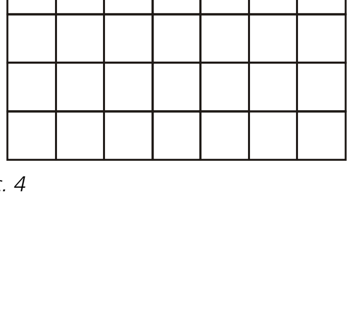

Рис. 4

Физика

1. На Земле, Луне и Марсе на пружинных весах взвешивают тела и получают один и тот же результат. Каково соотношение между массами этих тел?

2. В рассказе О.Генри поросенок, получив пинок в зад, полетел, «опережая собственный визг». Какова должна быть минимальная скорость движения поросенка?

3. В Храме неба в Пекине есть кольцевая стена (d = 80 м), хорошо и четко передающая речь на большие расстояния. Объясните этот эффект.

4. В сосуде с водой плавает тонкостенный стакан. Изменится ли уровень воды в сосуде, если в этот стакан налить немного воды из сосуда так, чтобы он продолжал плавать?

5. Если комета видна в Афинах вечером, сразу после захода Солнца, то куда направлен ее хвост?

6. Какую минимальную силу надо приложить, чтобы перекатить через балку высотой 0,1 м колесо весом 1000 Н и радиусом 0,5 м? Какова минимальная величина коэффициента трения между бруском и плоскостью, при которой это возможно?

7. Два одинаковых сосуда с одним и тем же газом соединены горизонтальной трубкой с небольшим столбиком ртути посередине. В одном сосуде температура газа T_1, а в другом T_2. Сместится ли ртуть в трубке, если оба сосуда нагреть на одну и ту же разность температур ΔT?

8. Воздушный конденсатор заряжается до разности потенциалов $\Delta\varphi$ и заливается керосином с диэлектрической проницаемостью ε. При этом его энергия изменяется. Объясните, во что она переходит.

9. Резерфорд, проводя опыты по рассеянию α-частиц на тонких золотых фольгах, пришел к выводу о существовании внутри атома компактного ядра. Он был первый, кто оценил его размер: $R \approx 10^{-12}$см. Как он это сделал? (Энергия α-частиц 5 Мэв, порядковый номер золота 79.)

10. Вы в случайный момент времени измеряете угол отклонения от положения равновесия математического маятника, совершающего колебания с амплитудой α_0. Эксперимент повторяется многократно и в случайные моменты времени. Как будет выглядеть полученное распределение вероятности W по углам отклонения α?

История научных идей и открытий

Математика

1. Каково происхождение терминов «трапеция», «конус», «цилиндр»?

2. Запишите формулой фразу из древнего трактата: «квадрат на отрезке a равен прямоугольнику на отрезках b и c».

3. Назовите известные вам наиболее знаменитые числа. Что вы можете сказать о них?

4. Какие знаменитые проблемы древности вам известны? Когда и кем они были решены?

5. Назовите имена известных вам математиков, являвшихся крупными государственными деятелями.

Физика

1. Один из классиков современной физики в начале XX века провел серию экспериментов по изучению структуры атомов. В чем заключались эти эксперименты и какую модель атома удалось построить с их помощью? Кто был этот замечательный ученый?

2. Величайший ученый античных времен создал физическую картину мира, которая продержалась около 2000 лет. И только под влиянием результатов исследований ученых эпохи позднего Возрождения эта картина мира сменилась более современной. Какова была картина мира для современников этого ученого? Назовите этого ученого. Когда и где он жил?

3. Какая планета Солнечной системы была впервые открыта с помощью математических расчетов? Какая идея лежала в основе этого открытия? Кто и когда его сделал?

4. В классической механике Ньютона уравнение движения имеет вид $\vec{F} = m\vec{a}$. Какое уравнение движения использовалось в механике Аристотеля? Какой вид движения оно описывает с точки зрения механики Ньютона?

5. Ньютон в детстве провел опыт по измерению скорости ветра: он прыгал по ветру и против него и по разнице в длине прыжка сумел оценить величину скорости ветра. Как он это сделал?

Публикацию подготовили
В.Альминдеров, Б.Алиев, А.Егоров, А.Попов

Межобластная заочная математическая олимпиада школьников

Всероссийская школа математики и физики «АВАНГАРД» совместно с Министерством образования РФ и при участии журнала «Квант» проводит Межобластную заочную математическую олимпиаду для школьников 6—10 классов. Срок присылки решений – до 30 января 2000 года.

Чтобы принять участие в олимпиаде, нужно решить предлагаемые ниже задачи, аккуратно оформить решения (каждую задачу – на отдельном листочке) и отослать их по почте в обычном конверте в Оргкомитет олимпиады по адресу: 115551 Москва, Ореховый б-р, д.11, корп. 3, ВШМФ «АВАНГАРД», Оргкомитет олимпиады.

Для переписки и сообщения вам результатов проверки в письмо обязательно вложите:

– пустой конверт с маркой с заполненным домашним адресом;

– дополнительную почтовую марку (марки) достоинством в 1 руб. 20 коп.;

– краткую анкету: возраст, класс и номер школы, фамилия учителя математики.

Не забудьте сделать пометку, что информацию об олимпиаде вы узнали из журнала «Квант».

Заметим, что для участия в олимпиаде необязательно решить все задачи – достаточно хотя бы одной. Победители олимпиады получат призы, среди которых несколько бесплатных подписок на журнал «Квант». Оргкомитет приложит все усилия к тому, чтобы поощрения и дипломы получили все приславшие хотя бы одно правильное решение. Списки победителей будут опубликованы в журнале «Квант».

Победители, приславшие наиболее интересные решения, будут приглашены к участию в традиционной очередной Всероссийской конференции одаренных школьников, которая состоится в Москве, и, возможно, войдут в команду для участия в международных встречах.

Все учащиеся, приславшие свои работы в Оргкомитет олимпиады, независимо от результатов их проверки, получат приглашение учиться на заочном отделении Всероссийской школы математики и физики «АВАНГАРД» в 2000/01 учебном году на льготных условиях.

ВНИМАНИЮ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ 6—10 КЛАССОВ! ПРИГЛАСИТЕ К УЧАСТИЮ В ОЛИМПИАДЕ СВОИХ УЧЕНИКОВ!

Задачи олимпиады

6 класс

1. Восстановите пропущенные цифры (т.е. замените нули):

$$\begin{array}{r} \times\ 249 \\ 000 \\ \hline 000 \\ 008 \\ 200 \\ \hline 00007 \end{array}$$

2. Определите пропущенные числа и найдите сумму:

$$3 + 8 + 15 + \ldots + 255.$$

3. В городе Тьмускорпиони телефонные номера состоят из пяти цифр. Первая цифра номера не может быть восьмеркой или нулем. Сколько телефонных номеров в Тьмускорпиони?

4. Фраза

Bekybekjwe – tvunemwe ctyd meuw,

имеющая прямое отношение к математике, зашифрована следующим образом: русские буквы заменены на латинские, причем гласные заменены на гласные, а согласные – на согласные. Расшифруйте фразу.

5. На плоскости даны два одинаковых квадрата с общим центром. Какова может быть минимальная площадь их общей части?

6. Веревка равномерно намотана сверху донизу в виде винтовой линии в 8 оборотов на столб высотой 6 м и обхватом 1 м. Найдите длину веревки.

7. Двое играют в следующую игру: по очереди кладут на круглый стол по одной десятикопеечной монетке. Проигрывает тот, кому не останется места. Докажите, что первый может не проиграть.

7 класс

1. Найдите последнюю цифру числа 7^{1999}.

2. Докажите, что произведение всех натуральных чисел от 1 до 19 не является квадратом натурального числа.

3. На какое максимальное число частей могут разбить плоскость n прямых?

4. См. задачу 6 для 6 класса.

5. Найдите сумму:

$$1 + 3 + 11 + 26 + \ldots + 1013.$$

6. Докажите, что нельзя обойти конем шахматную доску с вырезанными полями a1 и h8, побывав на остальных полях ровно по одному разу.

7. См. задачу 7 для 6 класса.

8 класс

1. Сравните числа

$$\frac{1}{\sqrt{2000} - \sqrt{1999}} \text{ и } \frac{1}{\sqrt{1999} - \sqrt{1998}}.$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 1 - x.$$

3. См. задачу 6 для 6 класса.

4. Сколько решений имеет система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ xy = 1 \end{cases}$$

при различных значениях параметра a?

5. На какое максимальное число частей могут разбить плоскость n окружностей?

6. Докажите, что нельзя обойти конем шахматную доску с вырезанными полями a3 и h6, побывав на остальных полях ровно по одному разу.

7. В вершинах единичного квадрата расположены центры четырех кругов единичного радиуса. Найдите площадь общей части всех четырех кругов.

9 класс

1. Докажите неравенство

$$\frac{a+b+c}{2} \geq \sqrt[4]{abcd},$$

где a, b, c, d – положительные числа.

2. См. задачу 6 для 6 класса.

3. Решите в целых числах уравнение

$$x^5 - x = 2000.$$

4. В каких пределах может изменяться площадь четырехугольного сечения единичного куба?

5. См. задачу 7 для 8 класса.

6. Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты x и y которых удовлетворяют неравенству $\sin xy < 0$.

7. В каждом из узлов бесконечной клетчатой решетки расположен центр круга радиусом 10^{-1999} см. Докажите, что любая прямая, проходящая через один из узлов сетки, пересечет бесконечное множество этих кругов. Размеры сетки 1×1 км.

10 класс

1. Решите уравнение

$$x + \frac{1}{x} = 2\sin\frac{\pi x}{2}.$$

2. См. задачу 6 для 6 класса.

3. Изобразите на координатной плоскости $0xy$ множество точек, координаты x и y которых удовлетворяют уравнению

$$\left(x + |x|\right)^2 + \left(x^2 + y^2 - 1\right)^2 = 0.$$

4. Найдите последнюю цифру числа $7^{9^{11}}$.

5. См. задачу 7 для 9 класса.

6. На сколько частей делят плоскость продолжения сторон правильного n-угольника?

7. Прожектор освещает октант (восьмую часть) прямоугольной системы координат. Какой максимальный объем кубической комнаты может осветить этот прожектор, если его поместить в геометрический центр комнаты? Ребро куба 10 м.

ИНФОРМАЦИЯ