



117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант»
тел. : [095] 930-56-48
e-mail: bquantum@sovam.com (с пометкой «Квант»).

№ 6 - 1999 г.

Конкурс имени А.П. Савина

«Математика 6-8»

© Квант

*Использование или распространение этого материала
в коммерческих целях
возможно лишь с разрешения редакции*



Образовательный сетевой выпуск
VIVOS VOCO! - ЗОВУ ЖИВЫХ!
<http://www.accessnet.ru/vivovoco>

Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы продолжаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6–8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков. Победители конкурса будут награждены грамотами и призами журнала.

11. Какие целые числа k представимы в виде

$$k = \frac{x - \frac{1}{x}}{y - \frac{1}{y}},$$

где x, y – тоже целые?

В.Сендеров

12. Двое играют на доске $m \times n$ клеток. Каждый по очереди проводит отрезок по одной стороне или диагонали одной клетки (дважды проводить один и тот же отрезок нельзя), причем ни в одной клетке ее диагонали не должны пересекаться. Тот, кто первым нарушит это условие, проигрывает. Кто выиграет при правильной игре и как он должен играть?

В.Замков

13. Числа x, y, z удовлетворяют соотношению

$$x^4 y^3 + y^4 z^3 + z^4 x^3 = x^3 y^4 + y^3 z^4 + z^3 x^4.$$

Докажите, что среди них есть два равных.

В.Произволов

14. Электронная Гадалка по сообщенному ей натуральному числу N вычисляет остаток k от деления числа N на 6 и делает предсказания в соответствии с

таблицей:

k	Предсказание
0	«любит»
1	«не любит»
2	«плюнет»
3	«поцелует»
4	«к сердцу прижмет»
5	«к черту пошлет»

Предскажет ли когда-нибудь Электронная Гадалка «к черту пошлет», если в нее последовательно вводить числа: 1, 12, 123, 1234, 12345, ...?

А.Жуков

15. Тренер хоккейной команды из 18 кандидатов должен выяснить наиболее перспективную пару нападающих. Для этого он выпускает на игровое поле различные составы по 5 игроков из этих 18. Какое наименьшее количество «пятерок» надо испытать, чтобы каждая пара кандидатов побывала в игре (в составе какой-либо «пятерки»)?

В.Попов, Н.Попов

Что думали о дальнорзоркости две тысячи лет назад

А. ИВОВАЕВА

ИНОЙ СОВРЕМЕННЫЙ ШКОЛЬНИК, КОЕ-ЧТО знающий в области естественных наук, глядит с чувством несомненного превосходства на людей, жив-

ших две тысячи лет назад, и на их представления о природе. Не будем говорить о моральной обоснованности такого взгляда (ведь не глупее же нас были древние

люди!), а займемся стороной фактической. Так ли мало было известно античным ученым о природе знакомых им физических явлений? Намного ли их способ построения гипотез отличался от нашего?

Представьте себе группу почтенных древнегреческих мужей, собравшихся за столом и рассуждающих на темы, часто далекие по своей сложности от застольных. Постоянный участник этих бесед Плутарх записывает все, что говорится за столом. Позднее он объединит свои записи в девять книг, ставших известными как «Застольные беседы» Плутарха.

...Итак, трапеза окончена, и Плутарх садится за рукопись. Пишет он тонкой кисточкой из стебля камыша, время от времени макая ее в раствор сажи с клеем. Полюбопытствуем, что интересного было сказано сегодня за столом:

«Рассматривался вопрос, почему люди старшего возраста читают, отодвигая написанное от глаз, а вблизи разглядеть не могут. Это подтверждает Софокл, говоря о старике:

Невнятны звуки речи для ушей его,

И вдалеке хоть видит, но вблизи он слеп совсем.

Если у стариков органы чувств отзываются преимущественно на сильные и резкие воздействия, то почему же старики при чтении не выносят отблеска букв на близком расстоянии и, отодвигая книгу подальше, разбавляют этот блеск воздухом, словно вино водой?».

Ах, вот оно что, Плутарха и его сотрапезников заинтересовала проблема дальновидности. Это должно быть интересно. Прочтем еще:

«Некоторые отвечали на это, что из каждого глаза исходит световой конус, вершина которого находится у глаза, а основание охватывает видимый предмет; до некоторого расстояния каждый из конусов простирается в отдельности, но, удалившись, они совпадают друг с другом и образуют единое свечение; предмет освещается уже двумя глазами, и буквы достигают большей отчетливости. Так мы поднимаем двумя руками то, что не можем одной».

Любопытно, как здесь проявилась нелюбовь собеседников к эксперименту, свойственная некоторым античным мыслителям. (Заметим, что это ни в коей мере не относится к Клавдию Птолемию, Герону Александрийскому или Архимеду, тщательно проводившим свои эксперименты с точностью, удивительной при скромных технических средствах, которыми они располагали.) Не может быть, чтобы ни один из присутствующих за столом (а здесь, в основном, люди зрелого возраста) не страдал дальновидностью. Ведь ничего не стоило закрыть один глаз и убедиться в несправедливости этих рассуждений. Возможно, никто не хотел признавать себя стариком:

«Мой брат Ламприй сказал, что мы видим благодаря образам, приходящим к нам от предметов. В начале своего пути образы грубы и землисты и приводят в расстройство слабые глаза стариков. Несясь же по воздуху, грубые части отпадают, а более тонкие безболезненно проходят в зрительные поры стариков. Так запах цветов, несущийся с лугов, издали чист и благороден, вблизи же полон землистых и загрязняющих примесей. Я же, соблюдая платоновское направле-

ние, говорил, что из очей наших исходит некое лучеобразное дыхание. Глаза ночных животных светятся соизмеримо с сиянием ночных светил, а днем их зрение беспомощно. С годами блеск очей ослабевает и не может вступить в надлежащее сочетание с ярким дневным светом. Поэтому старики отодвигают написанное от себя, дабы блеск букв пришел в необходимую соразмерность с блеском их очей».

Странные рассуждения, не правда ли? Для объяснения дальновзоркости привлечены или светящиеся глаза, или летящие «слепки» с предметов. Ламприй не первый пришел к мысли о несущихся по воздуху образах. За 400 лет до него греческий философ Демокрит (тот самый, которому принадлежит идея об атомном устройстве мира) писал об «идолах» (образах), летящих к нам от предметов и, подобно тончайшим пленкам, копирующих рельеф и особенности тел. Спустя триста лет после Демокрита (и за сто лет до Ламприя) римский поэт Тит Лукреций Кар в поэме «О природе вещей», популяризирующей учение философа Эпикура, напишет:

*«Видим из этого мы, что причиною зрения служат
Образы нам, и без них ничего мы не можем увидеть.
Призраки эти вещей, о каких говорю я, несутся
Всюду, и мчатся они, разлетаясь,
по всем направлениям».*

Этой, как видим, довольно распространенной теории, противопоставлялась другая – теория зрительных лучей, говорившая, что из глаз людей и животных исходят лучи, которые «ощупывают» предмет и с помощью которых мы узнаем о его существовании. Гипотезу зрительных лучей принимали такие великие мыслители древнего времени, как Евклид и Птолемей. Может быть, это покажется не столь невероятным, если мы вспомним, как часто нам приходится слышать об «озорном огоньке в глазах» и о «потухшем взоре», о «зловещем блеске» и «мягком свете глаз».

«...Глаза княжны, большие, глубокие и лучистые (как будто лучи теплого света иногда снопами выходили из них), были так хороши, что очень часто, несмотря на некрасивость всего лица, глаза эти делались привлекательнее красоты», – так описывает Л.Н.Толстой одну из героинь романа «Война и мир». Конечно, Лев Николаевич прекрасно знал, что свет из глаз исходить не может, но получилось так живо и

выразительно, точно бойкая кисть художника солнечными красками набросала портрет.

Корни мифа о светоносных глазах, столь близкого нашему сердцу, уходят в глубину тысячелетий, когда сознание первобытного человека смешивало органы зрения и источники света, когда глаза «лучились», а звезды «глядели» с высоты на землю. С тех пор минуло не одно тысячелетие, мы уже не думаем так, а светоносные глаза, переключав с папируса древних свитков, прочно обосновались на бумажных страницах книг современных. Здесь же нашли свое пристанище и светила, щедрой рукой поэтов наделенные даром зрения. Вспомним волшебные строки Афанасия Фета, рисующие мимолетную летнюю ночь:

*«Робко месяц смотрит в очи,
Изумлен, что день не минул,
Но широко в область ночи
День объятия раскинул.

Над безбрежной жатвой хлеба
Меж заката и востока
Лишь на миг смежает небо
Огнедышащее око».*

Солнце – око, месяц – смотрит... Почему эти образы так легко проникают в нашу душу, достигая самых глубин ее? Наверное, древняя «оптика детей и поэтов» (так назвал оптику древних С.И.Вавилов в своей замечательной книге «Глаз и солнце») жива в нас и поныне.

Воздав должное поэтическим достоинствам гипотезы о световых лучах, поинтересуемся, имелись ли таковые со стороны физической? Как ни странно, и здесь были у нее свои сильные стороны. Несомненным преимуществом зрительных лучей перед летящими образами было то, что с их помощью можно было строить оптические изображения. В трудах Евклида и Птолемея приводятся построения в плоских и сферических зеркалах, не потерявшие силу и по сей день. На основе неправильной теории делались верные выводы – ситуация довольно частая в истории физики.

Попробуем, став на место античных ученых, ничего не знающих о ходе лучей света, попадающих в глаз, объяснить видимое нами в зеркале. Лучи, идущие от источника света – точки P (рис.1,а), отражаются от зеркала под тем же углом, что и падали (закон отражения света тогда уже был известен). После отражения

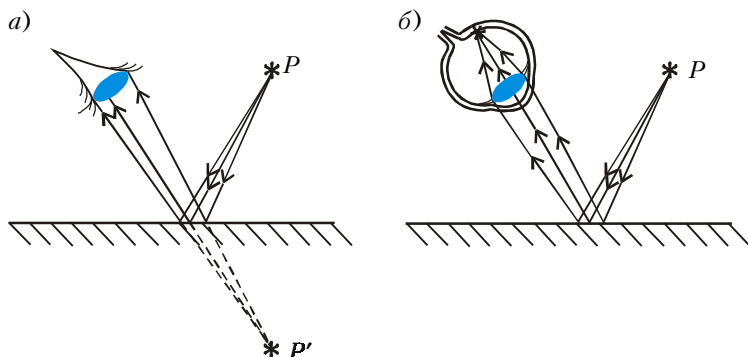


Рис. 1

лучи попадают в глаз: они, очевидно, расходятся и не могут создать образ светящейся точки (тогда еще не знали, что на самом деле лучи, преломляясь в хрусталике (линзе) глаза, начинают сходиться и пересекаются на сетчатке, усеянной клетками, способными чувствовать свет (рис.1,б)). Античные ученые вышли из этого затруднительного положения, предположив, что лучи исходят из глаза, отражаются от зеркала и «нащупывают» предмет (рис.1,в). Теперь существование изображения точки P за зеркалом получало простое объяснение. Глаз «не знает», что лучи, посланные им, отражаются от поверхности зеркала и только после этого натыкаются на предмет; он продолжает их за плоскость зеркала до пересечения в точке P' , где, как ему кажется, находится точка P . Заметим, что в наше время изображение строят точно так же, но при этом, конечно, предполагается, что лучи идут из точки, а не из глаза. Здесь древних ученых спасало одно счастливое обстоятельство, а точнее закон – обратимость хода световых лучей. Действительно, если убрать стрелочки, показывающие направление хода лучей, то рисунок 1,в ничем не будет отличаться от рисунка 1,а.

Как видим, идея о лучистых глазах была физической теорией в полном смысле этого слова. Более того, с ее помощью можно было бы построить изображение и в линзах, зная древние чуть больше о ходе лучей в них (благодаря все той же обратимости хода световых лучей). Но тогда о свойствах стеклянных чечевиц – так называли линзы – было известно лишь то, что ими можно зажигать предметы, собирая свет в точку, да ходили еще неясные слухи о том, что с помощью чечевиц, дескать, можно и зрение исправлять (император Нерон, например, использовал для этой цели граненый изумруд). Заметим, что явление преломления света при этом не было откровением для людей древности, в чем легко убеждаемся, читая Лукреция:

*«Кажется в гавани тем, кто не знает морей,
что хромают*

*Все корабли на воде и стоят с перебитой кормой,
Ибо у весел та часть, что из волн выдается соленых,
Прямо идет, и пряма у рулей их надводная доля;
Все же, что в воду ушло,*

*представляется нам преломленным,
Загнутым будто назад
и как будто изогнутым кверху».*

Пора, однако, дать объяснение дальнозоркости с современной точки зрения. На рисунке 2 показано, как

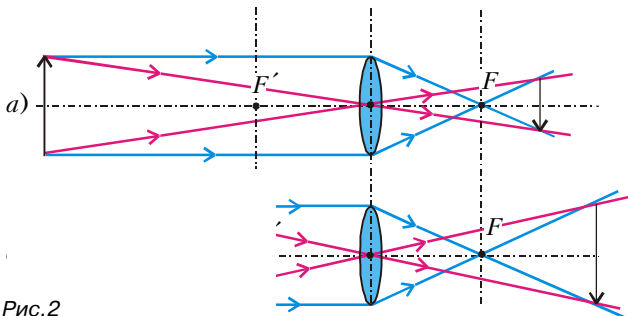


Рис. 2

строится в линзе изображение предмета отдаленного (а) или более близкого (б). Напомним основные правила построения изображений в линзе:

1) Для получения изображения линейного предмета будем строить изображения только двух его точек – вершины и основания.

2) Изображение точки находится там, где пересекаются после преломления два луча, выходящие из нее.

3) Лучи, параллельные оптической оси, после преломления проходят через точку фокуса F .

4) Лучи, проходящие через центр линзы, не преломляются.

Как видно из рисунка 2, изображение более близкого предмета формируется дальше от линзы и от точки фокуса.

Хрусталик глаза – та же линза, только способная изменять фокусное расстояние (расстояние между центром линзы и точкой фокуса), меняя кривизну своей поверхности (рис.3).

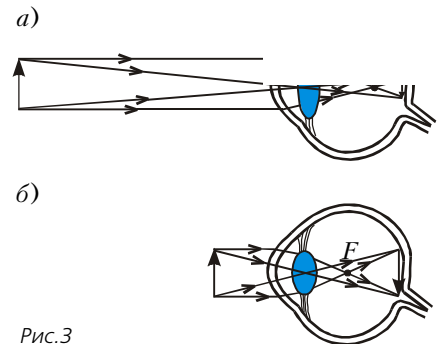


Рис. 3

Уменьшение фокусного расстояния происходит в результате увеличения кривизны хрусталика (он становится более «круглым»), что требует напряжения глазных мышц. С годами мышцы слабеют, и глаз уже не может приспособиться к рассматриванию близких предметов, хотя далекие видит довольно сносно. Так появляется дальнозоркость.

Иногда точка фокуса попадает за сетчатку (рис.4,а), и тогда никакие предметы – ни далекие,

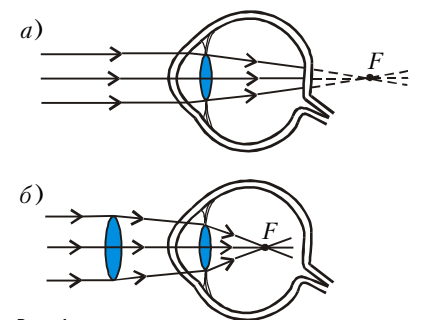


Рис. 4

ни близкие – не выглядят четко (но далекие предметы видны все же чуть резче, так как ближе к сетчатке создается их изображение). Очки исправляют этот недостаток зрения, помогая мышцам глаза уменьшить его фокусное расстояние (рис.4,б).

...Ну что ж, будем надеяться, что вам было интересно прочитать и о Плутархе, и о дальнозоркости.

Александр Пятаков – студент физического факультета МГУ.